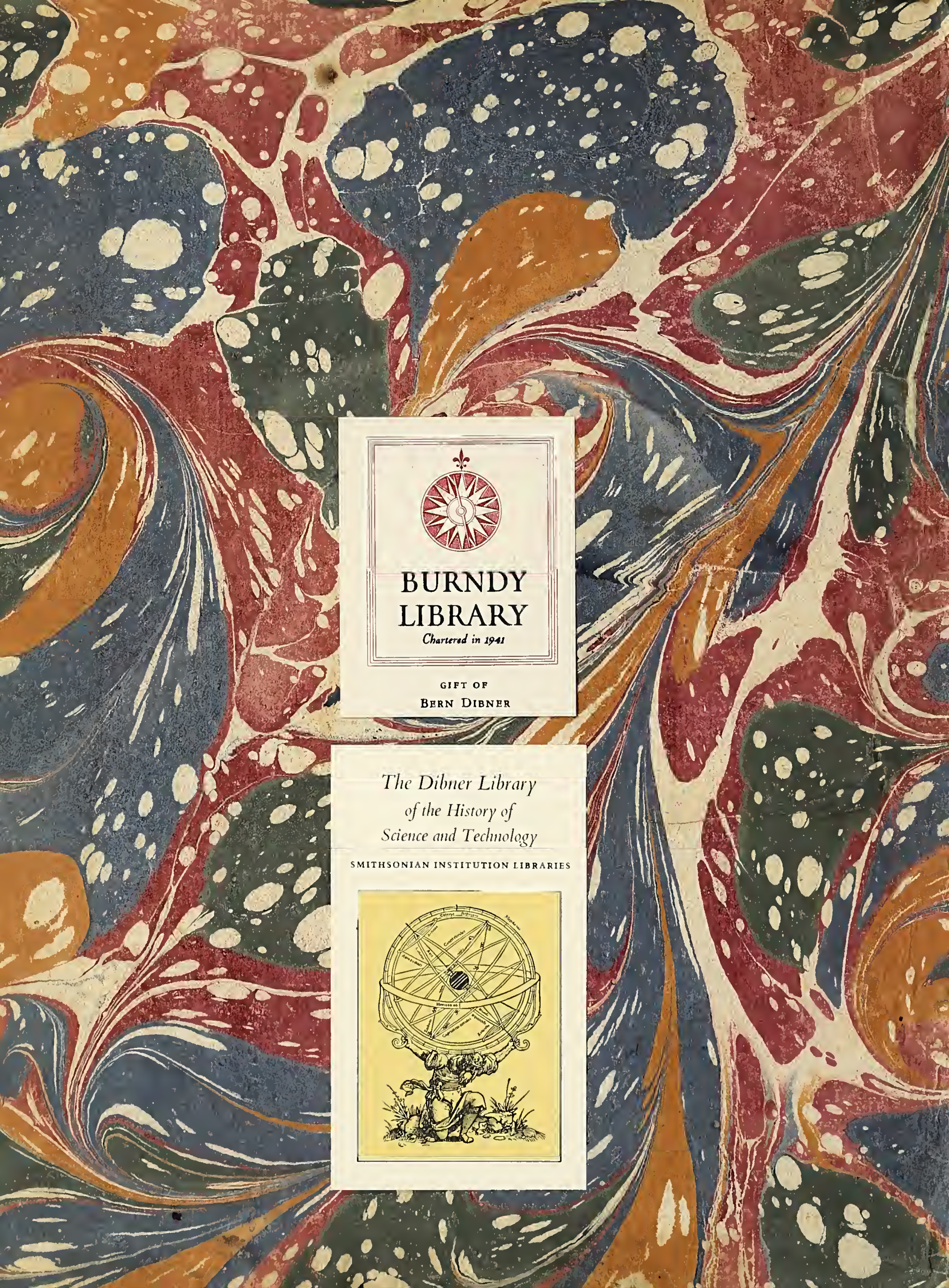



BURNDY
LIBRARY
Chartered in 1941
GIFT OF
BERN DIBNER
The Dibner Library
of the History of
Science and Technology
SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES

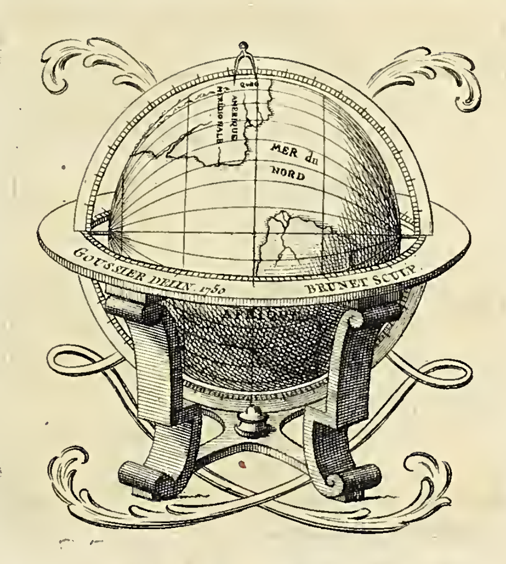


MESURE
DES
TROIS PREMIERS DEGRÉS
DU MÉRIDIEN
DANS L'HÉMISPHERE AUSTRAL,

Tirée des Obſervations de M.rs de l'Académie Royale des Sciences, Envoyés par le Roi ſous l'Équateur:

Par M. DE LA CONDAMINE.

Fuit alter
Deſcripſit radio medium *qui gentibus Orbem.* Virgil.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLI.

AVERTISSEMENT.

L'IMPRESSION de ce Livre avoit été commencée au mois de Mai 1749, ſous la forme in-8.º Les Tables des Triangles étoient imprimées & toutes les Planches gravées, lorſqu'on recommença quelques mois après à l'Imprimerie Royale, la préſente édition in-4.º qui n'a été finie qu'au mois de Mai 1750. Elle devoit paroître alors précédée d'une Introduction hiſtorique *fort ſuccinte. Divers retardemens ſurvenus ont donné le temps à l'Auteur d'étendre cette Introduction, & d'en faire un* Journal du Voyage académique à l'E'quateur. *Cet ouvrage eſt actuellement ſous preſſe; cependant on n'a pas cru devoir différer plus long-temps la publication de ce qui regarde la* Meſure des degrés du Méridien, *en attendant la partie hiſtorique qui ſuivra celle-ci de près.*

Fautes à corriger.

Pages.	Lignes.	*Fautes.*	*Corrections.*
6,	*28,*	auſtral	boréal
ibid.	*29,*	*C*	*K*
9,	*21,*	dont	de la longueur duquel
10,	*15,*	près	plus
14,	*4,*	ceux-ci	ces deux Académiciens
17,	*29,*	cette	une ſemblable
18,	*20,*	avec	Par
40,	*5,*	voit	voient
40,	*23,*	en France	*ajoûtez* dans un ouvrage ſemblable au nôtre

Pages.	Lignes.	*Fautes.*	*Corrections.*
41,	*21,*	après nos	après la meſure de nos
42,	*22,*	cet endroit	cette pointe
44,	*9,*	toutes les corrections précédentes	les trois premières corrections indiquées
45,	*26,*	obſervé	conclu d'un angle obſervé
47,	*11,*	&	*rayez* &
ibid.	*12,*	je ne pouvois	ne pouvant
54,	*1,*	de l'angle	du demi-angle
65,	*7,*	*TOP*	*TOT*
67,	*14,*	donnent	donnent pour réſultat
74,	*26 & 27,*	au centre de	aux deux centres des
80,	*9,*	augmentoit ou diminuoit	diminuoit ou augmentoit
82,	*3,*	terme boréal	(terme boréal)
89,	*7,*	× ε	× ε &c.
92,	*18,*	angles, des erreurs	triangles, des erreurs
123,	*11,*	auſtrale	ſeptentrionale
125,	*15,*	à la fin	le 20
140,	*23,*	moindre qu'elle ne parut en 1739	moindre en 1739 qu'en 1741, 1742 & 1743, toute réduction faite
149,	*en marge.*	Planche II	Planche III
157,	*12,*	*ACp*	*ACP*
158,	*16,*	varié	fléchi
169,	*7,*	diſtance	diſtance apparente
175,	*21,*	au reſte, cette	cette
176,	*19,*	ne diffèrent pas de 3″	diffèrent à peine de 2″
184,	*25,*	vers le Sud	vers le Sud au 1.er Janvier 1743.
201,	*13 & 14,*	je n'ai jamais vû	en 1741, je n'ai jamais vû alors ni depuis
205,	*3,*	étoit trop courte	devoit être accourcie
209,	*au haut de la p. en marge,*	. . . .	Planche I, fig. 10.
ibid.	*27,*	*après le mot* réticule *il faut un renvoi * à la note ci-à côté, qui a été oubliée au bas de la page.*	* On ſuppoſe ici que l'image de l'étoile eſt vûe au centre de la Lunette; & dans mes dernières obſervations, elle en étoit ſi près, que la diſtance au centre a pû être regardée comme nulle.
234,	*18,*	21 toiſes	18 toiſes.
239,	*3,*	Meſure aſtronomique	Meſures
248,	*6,*	telle	telles
257,	*1,*	réſulte	ne réſulte
264,	*pénultième.*	Tit. III	Lib. III.

TABLE

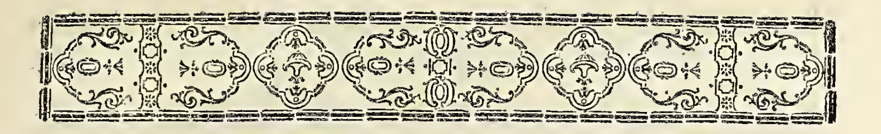


TABLE DES ARTICLES.

PREMIERE PARTIE.

*

TABLE.

SECONDE PARTIE.



DIVISION



DIVISION DE L'OUVRAGE.

CET Ouvrage eſt diviſé en deux parties. La première contient la Méſure géométrique de trois degrés du Méridien; ou les opérations faites ſur le terrein, pour reconnoître la longueur de la Ligne Méridienne que nous avons meſurée dans l'Amérique Méridionale, depuis les environs de *Quito*, preſque ſous l'Equateur, juſqu'au delà de *Cuenca*, dans l'hémiſphère auſtral.

La ſeconde partie comprend la Meſure aſtronomique de ces mêmes degrés; c'eſt-à-dire, les obſervations faites aux deux extrémités de l'arc du Méridien, pour déterminer l'amplitude de cet arc, ou ſa valeur en degrés, minutes & ſecondes.

C'eſt de mon travail particulier, quant aux opérations trigonométriques, que je rends compte dans la première partie. Le plus grand nombre des obſervations aſtronomiques, rapportées dans la ſeconde, ſont communes à M. *Bouguer* & à moi, ou correſpondantes les unes aux autres.

Nous avons meſuré 3 degrés 7 minutes du Méridien, & ſi les difficultés phyſiques & morales ne ſe fuſſent pas trop multipliées, nous euſſions prolongé la meſure de cet arc tout le plus loin qu'il nous eût été poſſible; perſuadés que c'étoit le moyen le plus ſûr de parvenir à une plus exacte détermination du degré.

Dans une opération de cette nature, on eſt expoſé à deux ſortes d'erreurs : l'une dans la meſure des Triangles qui ſervent

à trouver la longueur de l'arc terreſtre ; l'autre dans les obſervations aſtronomiques, néceſſaires pour déterminer l'amplitude de l'arc céleſte correſpondant.

Quant à l'erreur aſtronomique : on convient qu'elle n'eſt pas plus à craindre ſur un grand arc que ſur un petit ; & puiſque l'erreur totale ſe partage entre tous les degrés de l'arc meſuré, il eſt clair que plus le nombre en ſera grand, moins il y aura d'erreur ſur chaque degré. Le plus grand arc eſt donc à cet égard le plus avantageux.

Quant à l'erreur géodéſique : il eſt vrai qu'elle peut s'accroître par le nombre multiplié des opérations; mais, 1° Il ſeroit contre toute vrai-ſemblance de ſuppoſer, que les erreurs dans la meſure des angles ſur le terrein, fuſſent toutes dans le même ſens, & qu'elles s'accumulaſſent au lieu de ſe compenſer, du moins en partie. 2° Quand on feroit cette étrange ſuppoſition, ſi l'erreur ne croiſſoit que proportionnellement à la longueur de l'arc, elle ſe diſtribueroit de même ſur le nombre des degrés meſurés : elle ne ſeroit donc pas plus à craindre ſur un plus grand nombre de degrés que ſur un moindre; & on ne perdroit encore rien alors de l'avantage de la meſure aſtronomique. Enfin ſi on vouloit ſuppoſer que l'erreur géodéſique crût toûjours du même ſens, & dans une plus grande raiſon que le nombre des degrés, ce qu'on peut regarder comme un cas métaphyſique; les conſéquences n'en ſeroient encore dangereuſes qu'autant qu'on n'auroit qu'une ſeule Baſe meſurée actuellement : nous ne ſommes pas dans ce cas, & la meſure d'une ſeconde Baſe ſur le terrein, à l'autre extrémité de l'arc, nous met en état d'arrêter le progrès des erreurs qui pourroient s'être gliſſées dans la meſure de nos angles.



PREMIERE PARTIE.

MESURE GÉOMÉTRIQUE

DE L'ARC DU MÉRIDIEN,

OU

OPÉRATIONS SUR LE TERREIN,

Pour fixer la position & déterminer la longueur de la Ligne Méridienne.

J'AI cru que le meilleur moyen de présenter au Lecteur avec clarté & précision le détail d'un grand nombre de différentes opérations, étoit de former une Table qui rassemblant sous un point de vûe le plus d'objets qu'il seroit possible, montrât leurs divers rapports & leur dépendance mutuelle.

C'est ce que j'ai tâché d'exécuter dans les douze colonnes de la Table de Triangles que je joins ici. J'y ai renfermé les élémens de la plûpart des opérations que j'ai faites sur le terrein pour la mesure de la Méridienne, & les résultats des

conſéquences qu'on en peut tirer. On y trouvera les angles de poſition obſervés, corrigés, réduits à l'horizon, la longueur calculée des côtés des triangles inclinés, tels que la nature du terrein nous les a offerts, les angles de hauteur & de dépreſſion réciproquement obſervés entre les Signaux, leurs hauteurs & leurs abaiſſemens reſpectifs en toiſes, la longueur des côtés réduits à un même plan horizontal, leurs différentes directions par rapport à la Méridienne, enfin les diſtances entre les Parallèles & les Méridiens des Signaux.

Cette table fait proprement le fond de la première partie de cet ouvrage; les articles qui la ſuivent n'en ſont que le commentaire : ils contiennent l'explication de chaque colonne, & les ſupplémens néceſſaires.

Avant que d'entrer dans ce détail, je ne puis me diſpenſer de faire quelques réflexions préliminaires & quelques remarques ſur notre travail, & ſur la manière dont il a été exécuté; je dois commencer par la meſure de la Baſe qui lui ſert de fondement.

ARTICLE I.

Meſure actuelle de la première Baſe des Triangles de la Méridienne, aux environs de Quito, *dans la plaine d'*Yarouqui.

JE ne répéterai point ici le détail d'un Mémoire que j'envoyai en 1736 à l'Académie, ſur les précautions que nous avions priſes pour la meſure actuelle de notre première Baſe. Je me contenterai de rappeler que M. *Godin*, qui la meſuroit

d'une part, aidé de Don *George Juan (a)*, & M. *Bouguer* & moi qui la mesurions de l'autre avec Don *Antoine de Ulloa* & M. *Verguin (b)*, nous nous accordâmes à moins de trois pouces près sur une longueur de 6273 toises.

Dans un pays de montagnes, tel que la province de *Quito*, le terrein que nous trouvâmes le plus propre à cette opération ne laissoit pas d'avoir une pente de 126 toises sur deux lieues, & cette pente n'étoit pas uniforme. Le parti que nous prîmes, & le plus convenable en pareil cas, fut de mesurer cette distance horizontalement, en posant nos perches toûjours de niveau, & d'observer la différence de hauteur, tant entre les points intermédiaires & les plus remarquables de la Base, qu'entre ses deux termes extrêmes.

C'est cette distance mesurée, pour ainsi dire, par échelons ou gradins à différens niveaux, qu'il faut réduire à la ligne droite. Ce Problème, pris dans toute sa généralité, peut donner lieu à des recherches du ressort de la haute Géométrie: mais l'élémentaire suffit pour le résoudre avec plus de précision qu'il n'est nécessaire dans le cas présent. Voici les fondemens, le procédé & le résultat de mon calcul; j'en supprime les petits détails, & j'espère qu'on m'en saura gré.

(a) Don *George Juan* & Don *Antoine de Ulloa*, aujourd'hui Capitaines de vaisseaux en Espagne, avoient été nommés par S. M. Catholique pour assister aux observations des Académiciens François, & en tenir registre; le sujet de leur mission est ainsi exprimé dans les ordres & passeports de la Cour d'Espagne, du 14 Août 1734, pour notre passage en l'Amérique Espagnole: *Dos sugetos Españoles inteligentes en la Mathematica y Astronomia, para que assistan, con los mencionados Franceses, a todas las Observaciones que hizieren, y apunten las que fueren executando.*

(b) Ingénieur de la Marine à *Toulon.*

Meſure de la Baſe d'*Yarouqui*, moyenne entre les deux meſures actuelles priſes horizontalement; ou Somme des petites meſures horizontales à différens niveaux.	6272 toi	77.	
De *Carabourou*, terme ſeptentrional de la Baſe, hauteur apparente de la mire d'*Oyambaro*, terme auſtral.	1d	6′	19″
D'*Oyambaro*, abaiſſement apparent de la mire du Signal de *Carabourou*, terme boréal.	1.	11.	53.
Différence des deux angles précédens, égale à la valeur apparente de l'arc terreſtre compris entre les deux termes de la Baſe.	0.	5.	34.
Arc véritable tiré de la valeur du degré, poſtérieurement connue, & répondant à la diſtance de 6272 toiſes.	0.	6.	38.
Excès de l'arc véritable ſur l'arc apparent, ou ſomme des réfractions * qui ont altéré les deux angles obſervés.	0.	1.	4.

Abaiſſemens apparens au deſſous de l'horizon, des points intermédiaires les plus remarquables de la Baſe, obſervés à *Oyambaro*, terme auſtral.

Du point *O*

Le point *A*	à 500 toiſes de diſtance, a paru bas de	2d	13′	45″
B	948	2.	1.	10.
C	1998	1.	47.	4.
D	2787	1.	32.	21.
E	4081	1.	22.	31.

Hauteurs apparentes d'autres points obſervés de *Carabourou*, terme auſtral.

Du point *C*

Le point *F*	à 2093 toiſes de diſtance, a paru haut de	0.	47.	22½
G	1400	0.	35.	47½

Planche I, fig. 1. De ces angles de hauteur & de dépreſſion, j'ai tiré, en

* *Voyez ci-après art. XIII.*

corrigeant la réfraction, la différence de niveau entre tous ces points, & la hauteur de chacun au deſſus du plus bas de tous, qui eſt *Carabourou*, terme boréal de la Baſe.

	toiſes.
Hauteur du point *O* au deſſus du niveau de *Carabourou*. . .	126, 08
A	106, 72
B	92, 96
C	65, 03
D	53, 45
E	32, 87
F	30, 29
G	15, 13

Si la pente du terrein étoit uniforme ſur toute ſa longueur, chacun des échelons horizontaux de la meſure actuelle ſe confondant avec l'arc dont il eſt tangente, leur ſomme pourroit être réputée égale à l'arc ou à la ligne de niveau, priſe à une hauteur moyenne entre les hauteurs des deux termes extrêmes : mais la pente totale du terrein de la Baſe étant inégalement diſtribuée ſur ſa longueur, la ſuppoſition précédente pourroit s'écarter de la vérité : & je ne me la ſuis pas permiſe. Cependant cette ſuppoſition, qui ſeroit trop peu exacte à l'égard de la longueur totale de la Baſe, ne tire pas à conſéquence, quant aux petites portions dans leſquelles je l'ai diviſée ; chacune d'elles étant compriſe entre deux points peu éloignés l'un de l'autre, & dont la différence de niveau eſt connue. Tels ſont les points déſignés dans la liſte précédente ; ils ont été choiſis comme les plus apparens, & les ſeuls où l'on ait pû ſoupçonner à l'œil quelque changement d'inclinaiſon dans le terrein.

C'eſt en partant de cette ſuppoſition & de celle de la hauteur de *Carabourou*, que j'établirai en ſon lieu de 1226 toiſes au

dessus du niveau de la mer, que j'ai réduit à une même hauteur les mesures des intervalles *OA, AB, BC, CD,* &c. par leurs différences de niveau.

La Table suivante donne le résultat du calcul.

	Hauteur moyenne au dessus du niveau de Carabourou.	*Logarithmes* de réduction.*	*Quantité à soustraire, pour réduire au niv. de* Carabourou.
	toises.		toises.
entre *O* & *A*	116,4	155	0,0177
A & *B*	99,8	133	0,0137
B & *C*	79,0	105	0,0254
C & *D*	59,2	79	0,0143
D & *E*	43,2	57½	0,0170
E & *F*	31,6	42	0,0009
F & *G*	22,7	30	0,0052
G & *K*	7,6	10	0,0032
		Réduction totale.	0^t 0974

Il y a donc 7 pouces 1 ligne½, ou 0 toises, 0974 à retrancher de 6272 toises 4 pieds 7 pouces 4 lignes½, ou de 6272^t,7691, réputées mesure actuelle de la Base, pour la réduire à la ligne horizontale, ou à l'arc au niveau de son point le plus bas, qui est *Carabourou.* Cet arc sera par conséquent de 6272^t,6717; & en ôtant 0^t,0158, pour le réduire à sa corde, on aura 6272^t,6559. Maintenant dans le Triangle *OGK,* connoissant *GK* corde de l'arc *GFK,* & les angles *O* & *K* qu'on peut déduire des angles de dépression & de hauteur,

Planche I, fig. 3.

* J'ajoûte pour la hauteur absolue de *Carabourou* 1226 toises au rayon de la Terre, que je suppose à l'Equateur de 3268219 toises en prenant un milieu entre les hypothèses les plus différentes. Le logarithme de ce nombre croît pour 1000 toises de 0,0001329. Donc de 0,0000001⅓ pour chaque toise. Et puisque les différences des arcs sont proportionnelles à celles des rayons, on aura la même différence entre le logarithme de chaque arc mesuré à un certain niveau, & celui de l'arc correspondant au niveau de *Carabourou.* C'est ainsi qu'on a réduit à ce niveau les arcs *OA, AB, BC, CD,* &c.

observés

obſervés à *Oyambaro* & à *Carabourou*, on conclurra le côté *OK*, ou la ligne droite inclinée qui meſure *O K*, diſtance vraie d'un terme à l'autre de la Baſe : cette diſtance ſera de 6274^t,045, ou de 6274 toiſes 0 pieds 3 pouces 2 lignes $\frac{9}{10}$, c'eſt-à-dire, 1^t,373 plus longue que la meſure horizontale au niveau de *Carabourou*.

Si l'on avoit pris la ſomme des *girons* de marches, ou portions horizontales de la Baſe, au niveau de leur partie ſupérieure, on auroit trouvé la meſure horizontale plus longue de 2 pouces 4 lignes $\frac{5}{7}$; j'en ai fait le calcul : & on l'eût trouvé plus courte de la même quantité, ſi l'on avoit fait la ſomme en prenant le niveau de la partie inférieure des mêmes marches. Il eſt évident que la vraie meſure eſt renfermée dans ces étroites limites, & ne peut différer ſenſiblement de leur milieu, auquel je me ſuis arrêté.

Comme ſur une diſtance de 6000 toiſes il n'eſt pas poſſible de répondre de quelques pouces de plus ou de moins dans la meſure actuelle, ce ſeroit prendre une peine inutile que de porter la préciſion du calcul fort au delà des bornes preſcrites à notre induſtrie. Pluſieurs pouces ne ſont ici d'aucune importance; un pied même, ſur une Baſe de 6272 toiſes, ne ſeroit qu'une toiſe & un tiers de différence ſur le degré, dont on s'eſtimeroit heureux d'être aſſuré à 20 toiſes près.

J'aurois pû, par cette raiſon, donner la meſure de la Baſe en pouces, ſans lignes ni fractions; mais j'ai cru devoir employer les meſures actuelles telles que nous les avons trouvées.

Si j'ai couru volontairement le riſque de me tromper d'un pouce ſur la longueur de la Baſe, ou de 9 pouces ſur un degré, j'ai pû négliger ſans ſcrupule des quantités encore plus

petites, après m'être aſſuré par le calcul qu'elles ne montoient qu'à des fractions de lignes. Telles ſont les erreurs qui s'enſuivent des ſuppoſitions que j'ai faites précédemment, en regardant les deux lignes verticales aux deux extrémités de la Baſe, comme concourant à un même point, & la longueur d'un arc de ſix minutes d'un ſphéroïde peu aplati, comme ne différant pas ſenſiblement de celle d'un arc pareil dans une ſphère du même rayon.

ARTICLE II.

Du Syſtème de Triangles formé pour meſurer la Méridienne.

CETTE Baſe de 6000 & près de 300 toiſes, eſt le premier côté d'une longue ſuite de Triangles placés à peu près dans la direction du Méridien: cette Suite commence en deçà de la Ligne équinoctiale, & s'étend près de trois degrés au delà dans l'hémiſphère auſtral.

Notre principale attention dans l'ordonnance & la diſpoſition des Signaux qui devoient terminer nos Triangles, avoit été de choiſir, autant que le terrein l'avoit pû permettre, les points propres à rendre les Triangles le plus approchans d'être équilatéraux qu'il avoit été poſſible; condition viſiblement la plus avantageuſe pour corriger les erreurs qui peuvent ſe gliſſer dans l'obſervation des angles, tant du fait de l'obſervateur que par le défaut des diviſions des inſtrumens. En effet, dans toute autre eſpéce de triangle que l'équilatéral, il peut y avoir lieu de douter comment doit être répartie entre les trois angles

ſuppoſés obſervés avec le même ſoin, la différence de leur ſomme à 180 degrés; différence que l'on ſait être égale à la ſomme des erreurs commiſes dans l'obſervation des trois angles: au lieu qu'il eſt évident que cette ſomme doit être diſtribuée également entre trois angles égaux, & d'autant plus également dans les autres Triangles, qu'ils approchent plus d'être équilatéraux.

Je pourrois ajoûter pluſieurs autres remarques & quelques réflexions ſur le même ſujet; par exemple, ſur les côtés de Triangles fort obliquement oppoſés à l'angle qu'ils ſoûtendent, ſur les grands côtés conclus par de petits, ſur les cas où les angles aigus tirent ou ne tirent pas à conſéquence, &c. Mais ce détail n'eſt guère ſuſceptible d'abrégé; & je reconnois d'ailleurs que je ne puis mieux faire que d'abandonner à M. *Bouguer* une matière qu'il ſe propoſe d'approfondir *, & que perſonne ne poſſède mieux que lui.

Je me contenterai donc de remarquer à l'égard de nos Triangles, 1° Que nous n'avons dans notre ſuite directe de Triangles, qu'un ſeul angle au deſſous de 34 degrés parmi ceux qui ont ſervi à conclurre une diſtance; encore en ce cas avons-nous cherché une confirmation par un Triangle auxiliaire.

2° Que tous les angles ont été meſurés actuellement.

3° Que chaque obſervateur en particulier a meſuré au moins deux angles de chaque Triangle; & que le troiſième angle, déjà conclu néceſſairement par les deux premiers, a cependant encore été vérifié par la meſure actuelle d'un ou de deux autres obſervateurs, pour ne pas laiſſer le moindre ſoupçon d'erreur.

* Voyez le Proſpectus de la *Figure de la Terre, &c.* par *M. Bouguer*, page 3.

ARTICLE III.

Remarques ſur les deux différentes ſuites de Triangles formées pour la meſure de la Méridienne. Nombre des Obſervateurs & des inſtrumens qui y ont été employés.

TOUT ce que j'ai dit juſqu'ici de notre ſyſtème de Triangles, convient également aux deux Suites, dont l'une a été meſurée une fois par M. *Godin,* accompagné de Don *George Juan,* & l'autre a été meſurée deux fois, ſavoir, par M. *Bouguer* & Don *Antoine de Ulloa,* d'une part, & par moi de l'autre.

Ces deux Suites, compoſées chacune de trente & quelques Triangles, ſans y comprendre ceux de vérification ou de confirmation, ont dix-huit Triangles communs (depuis le Triangle IX juſqu'au XXVI) & elles ne diffèrent l'une de l'autre, que vers leurs extrémités : la Suite que M. *Bouguer* & moi avons meſurée s'étendant plus loin du côté du Sud que celle de M. *Godin,* & celle-ci s'avançant vers le Nord plus que la nôtre. Ce que j'ai dit, que chaque obſervateur a meſuré en particulier deux angles au moins de chaque Triangle, doit s'entendre des Triangles communs aux deux Suites; quant à ceux qui appartiennent à l'une excluſivement à l'autre, tous leurs angles ont été meſurés par l'obſervateur qui a adopté cette Série.

Voy. la carte des Triangles de la Méridienne. Pl. II.

Nous avons donc, je le répète, parce que ceci a beſoin d'être éclairci, deux Suites de Triangles, leſquelles ne diffèrent que vers leurs extrémités; & ces deux Suites fourniſſent

trois Mesures trigonométriques différentes, complètes & indépendantes l'une de l'autre, savoir, la Mesure de M. *Godin* & de Don *George Juan,* celle de M. *Bouguer* & de Don *Antoine de Ulloa,* & celle qui m'est particulière.

Les angles de la première de ces trois Mesures ont été observés alternativement avec le Quart-de-cercle de Mrs les Officiers Espagnols de 24 pouces, & celui de M. *Godin* de 21 pouces de rayon. La liste de ces angles est rapportée, *(p. 159 & suiv.)* dans le Recueil d'observations, publié à *Madrid* en 1748 *. La liste des angles de la seconde mesure, observés par M. *Bouguer* & par Don *Antoine de Ulloa*, avec le Quart-de-cercle de M. *Bouguer* de 2 $\frac{1}{2}$ pieds de rayon, a été pareillement publiée, à quelques angles près, dans le même Ouvrage, *p. 218 & suiv.* & vient de l'être par M. *Bouguer.* Je n'en ferai point mention, non plus que de la précédente.

La valeur des degrés du Méridien que j'établirai ici, sera uniquement tirée, quant à la partie géodésique, d'une troisième Mesure qui n'a pas encore été publiée : c'est celle qui m'est propre.

ARTICLE IV.

De ma Mesure géométrique particulière.

JE me suis servi pour cette Mesure d'un Quart-de-cercle de trois pieds de rayon, que l'Académie avoit acquis de la succession de feu M. le Chevalier de *Louville,* & avec lequel

* Par Don *George Juan* & Don *Antoine de Ulloa,* Capitaines de vaisseaux de S. M. C. &c.

il avoit travaillé à la détermination de l'obliquité de l'Ecliptique en 1721.

Outre Mrs les Officiers Espagnols, qui se sont fait un plaisir de seconder Mrs *Godin* & *Bouguer*, ceux-ci avoient deux aides intelligens *, ausquels ils auroient pû, au besoin, s'en rapporter pour la mesure de leurs angles. J'étois moins heureusement partagé. Dénué d'un pareil secours, il m'a fallu redoubler d'attention pour prévenir les méprises & les erreurs presque inévitables, dans un si grand nombre d'opérations; d'autant plus qu'elles ont été exécutées le plus souvent dans des postes fort incommodes & exposés à toutes les injures de l'air. Voici les principales précautions que j'ai prises.

J'ai cru devoir en rendre compte, ou au moins les indiquer; uniquement pour faire voir que je n'ai rien omis ni négligé de ce qui pouvoit de ma part tendre à la perfection de l'ouvrage confié à nos soins; & non pour insinuer que tous mes angles approchent plus du vrai que ceux des autres Observateurs, ce que je suis fort éloigné de prétendre.

1° Il n'y a pas un seul angle de tous ceux que j'ai observés, que je n'aye mesuré plusieurs fois, souvent en différens jours, &, quand cela a été possible, à des heures où les Signaux sur lesquels on pointoit la lunette, étoient différemment éclairés.

2° En estimant les minutes & leurs fractions sur la division du limbe de mon Quart-de-cercle, je ne me suis jamais servi des Transversales, mais toûjours du Micromètre, & de deux manières différentes; c'est-à-dire, en tournant la vis alternativement d'un sens & de l'autre, j'ai pris un milieu entre les petites différences, quand il s'en est trouvé.

* Les sieurs *Hugot* Horloger, & *Grangier*, aujourd'hui Arpenteur royal à *Saint-Domingue*.

3° J'ai rapporté presque toûjours l'angle que je mesurois à deux différens points de la division de l'instrument, distans l'un de l'autre de dix minutes. La valeur de cet intervalle étoit connue en parties du Micromètre, & devoit être égale à la somme des parties à ajoûter à l'une des mesures, & à soustraire de l'autre; ce qui servoit de vérification.

4° La communication réciproque de la mesure de nos angles observés avec différens instrumens, faite sur le lieu même, & souvent aussi-tôt après l'observation, étoit encore un bon moyen pour reconnoître & vérifier sur le champ les équivoques ou erreurs de chiffres.

5° J'ai remarqué que nous nous étions fait une loi de ne conclurre aucun angle, qui n'eût déjà été actuellement mesuré; & que chacun de nous en particulier a toûjours observé au moins deux angles de chaque triangle. J'ajoûte que non seulement dans la mesure particulière dont je rends compte, je me suis conformé à l'arrangement prescrit, mais que je n'ai omis de mesurer moi-même aucun angle, quand cela s'est pû faire, sans perdre de temps: & s'il ne m'a pas été possible, sans retarder l'ouvrage, de me transporter avec mon Quart-de-cercle à tous les Signaux, il est du moins certain que dans tout le cours de la Méridienne, il n'y a que trois Signaux où je n'aye pas observé; & que de 120 angles dont la suite, qui nous est commune à M. *Bouguer* & à moi, est composée, y compris ceux des triangles de confirmation, j'en ai mesuré réellement moi-même 110 avec le même Quart-de-cercle, & en prenant les précautions que j'ai indiquées. Les lettres *a* & *b* distingueront dans ma Table les dix angles que j'ai employés dans ma liste, en les tirant de celle de Mrs *Godin* & *D. George*, quoique

j'eusse pû me contenter de les conclurre de mes seules observations. *a* désigne le Quart-de-cercle de 21 pouces, *b* celui de 24 pouces, & *c* celui de 30 pouces de rayon.

ARTICLE V.

Des différentes corrections faites aux angles observés.

OBSERVER des angles sur le terrein à quelques minutes près, est une pratique très-simple & très-facile: elle est suffisante pour les usages ordinaires. Chercher la précision dans un angle de position, jusqu'à s'assurer d'une fraction de minute, jusqu'à discuter quelques secondes de plus ou de moins, est une opération si délicate, qu'il n'y a que ceux qui l'ont tentée qui puissent en bien sentir toutes les difficultés. Dans tous les arts, comme dans une longue & pénible carrière, les derniers pas que l'on fait sont toûjours incomparablement les plus difficiles.

Je suppose l'angle aussi exactement observé qu'il peut l'être; il y a quelquefois encore quatre & cinq corrections à y faire, pour en déduire l'angle véritable, ou plûtôt pour en approcher autant qu'il est possible.

PREMIÈRE CORRECTION.

Défaut de parallélisme dans la Lunette.

La vérification de la position de la lunette fixe du Quart-de-cercle, pour reconnoître si son axe optique est en effet, comme on le suppose, parallèle au rayon qui passe par le point o, où commence la graduation, & la correction qui en résulte, sont connues & pratiquées de tous les Observateurs.

Je

Je n'ai jamais manqué de répéter cette correction; non ſeulement chaque fois que le Quart-de-cercle a été tranſporté, ce qui la rend indiſpenſable, mais encore, preſque toûjours, à chaque angle que j'ai obſervé, ou au moins au commencement & à la fin de chaque opération.

Seconde Correction.

Erreur des Diviſions.

La plus difficile & la plus négligée des corrections, quoique ſouvent la plus importante, eſt celle qui regarde la vérification des diviſions de l'inſtrument. Mais que n'en coûte-t-il point pour faire cet examen!

Je ne ferai qu'indiquer les principaux moyens que j'ai mis en uſage en différens temps & en différens lieux, pour reconnoître les erreurs de la diviſion de mon Quart-de-cercle, & en faire une Table.

Le tour de l'horizon qui doit valoir 360 degrés, en quelque nombre d'angles qu'il ſoit partagé, & la ſomme des trois angles, qui dans tout Triangle obſervé doit toûjours être égale à 180 degrés, ſont les deux moyens les plus ſimples & les plus ordinairement pratiqués, pour reconnoître ſi les diviſions ſont exactes. Je les ai employés utilement. Le premier, dans un pays de montagnes tel que celui où nous étions, exige un calcul long & pénible. A ces deux moyens, j'en ai joint un troiſième de même eſpéce, auſſi aiſé à imaginer que difficile à bien exécuter; & c'eſt celui qui m'a le mieux réuſſi : mais ce n'eſt qu'après trois ans de tentatives peu ſatisfaiſantes que j'ai rencontré dans la plaine de *Tarqui*, près de *Cuenca*, un terrein uni tel que l'exigeoit cette opération.

Je parvins, non ſans peine, à poſer en ligne droite, trois points diſtans l'un de l'autre d'environ 1 5 0 0 toiſes. Je plaçai le centre de mon Quart-de-cercle, diſpoſé horizontalement, ou pluſtôt l'interſection des deux lunettes, ſur le point du milieu; & je diviſai le demi-cercle, dont ma ligne droite étoit le diamètre, en deux, en trois, quatre, cinq, ſix angles égaux, &c. par des mires très-diſtinctes, poſées à la diſtance de 4 à 5 0 0 toiſes: je vérifiai ainſi les angles de 90, 60, 45, 36, 30, 1 5, &c. degrés, ſous-multiples de 1 8 0.

J'ai fait d'autres eſſais, pour vérifier les diviſions de degré en degré : voici celui dont j'ai tiré le plus de parti. A une diſtance de 5 0 0 toiſes exactement meſurées, & priſes pour rayon, je tendis un cordeau à angle droit; je plaçai ſur cet alignement des mires, à la longueur calculée des tangentes, de degré en degré. Enſuite dirigeant la lunette immobile du Quart-de-cercle ſur la première mire, & pointant l'alhidade ſucceſſivement ſur les ſuivantes, j'examinois ſi elle répondoit aux diviſions correſpondantes du limbe, ou de combien elle s'en écartoit.

Avec toutes ces méthodes rectifiées l'une par l'autre, & par la fréquente comparaiſon des angles obſervés avec mon Quart-de-cercle, aux mêmes angles obſervés avec d'autres inſtrumens, dont les diviſions avoient auſſi été examinées, je ſuis parvenu à dreſſer une Table des erreurs de mon Quart-de-cercle, de degré en degré.

Auſſi-tôt que je l'eus achevée, au mois d'Avril 1740, je la remis à Mrs *Godin* & *Bouguer,* avec la liſte de tous mes Triangles corrigés conformément à cette Table : ce ſont les mêmes que je donne aujourd'hui. Il eſt vrai qu'en repaſſant

toute cette matière, & en répétant mes calculs pour la troisième fois, depuis mon retour en France, j'ai été tenté de faire à certains angles quelques corrections, qui eussent mieux fait convenir le calcul de la mesure conclue avec la mesure actuelle de la seconde Base; mais j'ai mieux aimé renoncer à cette apparence d'exactitude, que d'encourir le soupçon de l'avoir cherchée après coup. Je donnerai donc ici mes angles, tels que je les avois corrigés avant que d'avoir calculé les côtés.

Troisième Correction.

Réduction au centre.

Il est rare qu'on ait la commodité de placer un Quart-de-cercle au centre du Signal d'où l'on observe; & il est impossible d'y en placer deux en même temps. Ainsi de deux Observateurs dans le cas dont il est ici question, il y en a au moins un qui opère à quelque distance du centre. D'ailleurs l'intersection des deux lunettes de l'instrument changeant à chaque angle, il faudroit, quand on a plusieurs angles à observer dans la même station, transporter, pour chaque angle, le pied du Quart-de-cercle. Il est souvent plus court & plus commode de remarquer à quelle distance, de quel côté, & dans quelle direction l'on est, à l'égard du centre du Signal. Avec cela, & la distance des objets observés à peu près connue, on est en état de réduire l'angle observé à celui qui l'eût été du centre même. Cette correction, qui n'est que de quelques secondes quand l'objet est éloigné & qu'on n'est qu'à quelques pieds du centre, exige quelquefois la résolution de deux Triangles.

QUATRIÈME CORRECTION

Par la ſomme des trois angles.

Si les trois angles d'un Triangle ont été bien obſervés, il eſt clair, qu'après les corrections précédentes, leur ſomme doit être égale à deux angles droits. Si elle en diffère, & qu'il n'y ait aucune raiſon de rejeter ſur un angle pluſtôt que ſur un autre la petite différence qui reſte, il n'y a guère d'autre parti à prendre, que de la diſtribuer également entre les trois angles; ſur-tout quand les angles ſont à peu près égaux, & que la différence ne va qu'à quelques ſecondes.

AUTRES CORRECTIONS.

Voilà donc quatre corrections au moins, auxquelles ſont ordinairement ſujets tous les angles obſervés; ſans parler des corrections extraordinaires, cauſées tantôt par quelqu'accident étranger à l'Obſervateur: comme la chûte ou l'inclinaiſon d'un Signal, ou la diverſe manière dont il étoit éclairé lorſqu'il a été obſervé; tantôt par quelque vice particulier à une obſervation, cauſé par une erreur particulière; ſoit d'un point non vérifié des ſubdiviſions de dix en dix minutes, ſoit d'un dérangement paſſager dans l'objectif, lequel peut être produit par la dilatation ſubite du tuyau de la lunette, expoſé par ſa partie ſupérieure à un coup de ſoleil ardent & peu durable: enfin par mille autres accidens phyſiques, qui naiſſent ſous les pas des Obſervateurs, & qui ſont leur ſupplice quand ils aſpirent à une grande préciſion.

ARTICLE VI.

Table des Triangles de la Méridienne de Quito.

CETTE Table contient, en douze colonnes, la plufpart des conféquences qu'on peut tirer de nos opérations pour la mefure de la Méridienne, & la réponfe à la plufpart des queftions qu'on peut faire fur les différentes parties de ce travail. Voici les titres de chacune des douze colonnes. I. Ordre & Plans des Triangles. II. Noms des lieux où étoient pofés les Signaux. III. Angles de pofition obfervés. IV. Equation pour la fomme des trois angles. V. Longueur des côtés oppofés aux angles obfervés. VI. Angles de hauteur & de depreffion apparente obfervés, & Quarts-de-cercle (qui ont fervi aux obfervations). VII. Hauteurs & Abaiffemens refpectifs des Signaux. VIII. Angles de pofition réduits à l'horizon. IX. Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou*. X. Direction des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne. XI. Diftances entre les Parallèles des Signaux. XII. Diftances entre les Méridiens des Signaux.

Voy. la Table des Triangles, p. 22 & fuiv.

Les articles qui fuivront la Table, feront employés à en donner l'explication, colonne par colonne : je joindrai à cette explication le détail de ce qui n'a pû entrer dans la Table même.

TABLE du Calcul des Triangles

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient poſés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION obſervés.	IV. Equation pour la ſomme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés oppoſés aux Angles obſervés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépreſſion apparente obſervés. *Quarts-de-cercle.*
I. (C, P, O, Baſe)	Pamba-marca....	P. 38° 36′ 14″	— 3″	Toiſes. CO. 6274,05	C. — 5° 41′ 20″ *calcul.* O. — 4. 30. 27. *c.*
	Carabourou........ Terme Nord de la Baſe.	C. 77. 35. 40	— 4	Baſe inclinée. PO. 9821,00	P. + 5. 33. 6. *b.* O. + 1. 6. 19. *a.b.*
	Oyambaro........ Terme Sud de la Baſe	O. 63. 48. 16	— 3	PC. 9022,96	P. + 4. 20. 29. *a.* C. — 1. 11. 53. *a.c.*
		180. 0. 10	— 10		
II. (T, P, O)	Pamba-marca.....	P. 69. 46. 37	0	OT. 15663,05	O. — 4. 30. 27. *c.* T. — 1. 26. 20. *c.*
	Oyambaro........	O. 74. 10. 58	0	PT. 16060,29	P. + 4. 20. 29. *a.* T. + 1. 18. 39. *c.*
	Tanlagoa..........	T. 36. 2. 25	0	PO. 9821,00	P. + 1. 11. 13. *d.* O. + 1. 33. 48. *d.*
		180. 0. 0	0		
III. (T, P, Π)	Pamba-marca.....	P. 38. 36. 34	— 2	TΠ. 12690,77	T. — 1. 26. 20. *c.* Π. + 0. 9. 53. *c.*
	Tanlagoa..........	T. 89. 14. 10	— 2	PΠ. 20335,92	P. + 1. 11. 13. *d.* Π. + 2. 2. 56. *d.*
	Pitchincha.........	Π. 52. 9. 22	— 2	PT. 16060,29	P. — 0. 28. 36. *c.d.* T. — 2. 16. 8. *c.*
		180. 0. 6	— 6		
IV. (P, T, S)	Pamba-marca.....	P. 39. 47. 3	0	ΠS. 13251,57	Π. + 0. 9. 53. *c.* S. — 2. 21. 47. *c.*
	Pitchincha.........	Π. 61. 6. 24	0	PS. 18131,07	P. — 0. 28. 36. *c.d.* S. — 3. 38. 56. *c.d.*
	Schangailli........	S. 79. 6. 33	0	PΠ. 20335,92	P. + 2. 4. 55½ *c.* Π. + 3. 25. 47. *c.*
		180. 0. 0	0		
V. (Π, S, C)	Pitchincha.........	Π. 58. 26. 10	— 4	SC. 18097,10	S. — 3. 38. 56. *c.d.* C. — 0. 11. 56. *c.d.*
	Schangailli........	S. 82. 57. 50	— 4	ΠC. 21128,15	Π. + 3. 25. 47. *c.* C. + 2. 24. 31½ *c.*
	El Coraçon........	C. 38. 36. 12	— 4	ΠS. 13251,57	Π. — 0. 7. 59. *c.* S. — 2. 42. 10. *c.*
		180. 0. 12	— 12		

de la Méridienne de QUITO.

VII. HAUTEURS & Abaissemens respectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou*.	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toises. C. — 883,85 O. — 757,64	P. 38° 44′ 42″	Toises. CO. 6272,66 Base horizontale réduite.	19° 25′ 4″ du Sud à l'Est *observée. Donc*	Toises. 5915,86	Toises. 2085,37
P. + 883,85 O. + 126,11	C. 77. 38. 28	PO. 9790,27	44. 11. 46 du Sud à l'Ouest.	7019,21	6824,96
P. + 757,64 C. — 126,11	O. 63. 36. 50	PC. 8978,38	82. 56. 28 du Sud à l'Ouest.	1103,35	8910,33
O. — 757,64 T. — 367,98	P. 69. 49. 32	OT. 15657,28	30. 2. 22 N. O.	13554,21	7837,98
P. + 757,64 T. + 392,82	O. 74. 14. 8	PT. 16053,26	65. 58. 42 N. O.	6535,00	14662,94
P. + 367,98 O. — 392,82	T. 35. 56. 20	PO. 9790,27	44. 11. 46 S. O.	7019,21	6824,96
T. — 367,98 Π. + 113,82	P. 38. 34. 46	TΠ. 12679,21	23. 17. 57 S. O.	11645,24	5015,04
P. + 367,98 Π. + 478,07	T. 89. 16. 39	PΠ. 20330,69	75. 26. 32 S. O.	5110,24	19677,97
P. — 113,82 T. — 478,07	Π. 52. 8. 35	PT. 16053,26	65. 58. 42 N. O.	6535,00	14662,94
Π. + 113,82 S. — 703,20	P. 39. 42. 53	ΠS. 13224,46	43. 28. 54 S. E.	9595,60	9100,04
P. — 113,82 S. — 818,06	Π. 61. 4. 34	PS. 18115,02	35. 43. 39 S. O.	14705,84	10577,92
P. + 703,20 Π. + 818,06	S. 79. 12. 33	PΠ. 20330,69	75. 26. 32 S. O.	5110,24	19677,97
S. — 818,06 C. — 12,11	Π. 58. 22. 42	SC. 18076,76	53. 25. 44 S. O. & par observation 53. 25. 33	10770,50	14517,78
Π. + 818,06 C. + 807,02	S. 83. 5. 22	ΠC. 21074,38	14. 53. 48 S. O. & par observation 14. 52. 44	20366,10	5417,73
Π. + 12,11 S. — 807,42	C. 38. 31. 56	ΠS. 13224,46	43. 28. 54 S. E.	9595,60	9100,04

Suite de la TABLE *du Calcul des*

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés. *Quarts-de-cercle.*
VI. S C K	Schangailli.........	S. 41° 15′ 6″	— 1″	Toises. CK. 13207,47	C. + 2° 24′ 31″½ *calc.* K. + 2. 24. 17. *d.*
	El Coraçon........	C. 74. 7. 50	— 2	SK. 19267,09	S. — 2. 42. 10. *c.* K. + 0. 6. 50. *c.*
	Koto-pacsi.	K. 64. 37. 8	— 1	SC. 18097,10	S. — 2. 42. 54. *c.* C. — 0. 19. 34. *c.*
	Signal de Pouca-ouaïcou.	180. 0. 4	— 4		
VII. C K P	*El Coraçon*........	C. 21. 22. 12	— 1	KP. 4942,15	K. + 0. 6. 50. *c.* P. — 1. 45. 19. *c.*
	Koto-pacsi..........	K. 81. 46. 44	— 1	CP. 13423,60	C. — 0. 19. 34. *c.* P. — 5. 5. 50. *c.*
	Papa-ourcou.....	P. 76. 51. 7	— 1	CK. 13207,47	C. + 1. 31. 58. *c.* K. + 5. 0. 47. *c.*
		180. 0. 3	— 3		
VIII. C P M	*El Coraçon*........	C. 41. 37. 19	— 3	PM. 12772,30	P. — 1. 45. 19. *c.* M. — 1. 24. 35. *c.*
	Papa-ourcou......	P. 94. 6. 26	— 3	CM. 19180,17	C. + 1. 31. 58. *c.* M. — 0. 15. 32. *c.*
	Milin..................	M. 44. 16. 24	— 3	CP. 13423,60	C. + 1. 5. 47. *a.c.d.* P. + 0. 3. 27½ *a.d.*
		180. 0. 9	— 9		
C ♉ K M	Pour vérifier la dist. CM. *El Coraçon*........	C. 62. 56. 18	+ 3	KM. 17658,69	K. + 0. 6. 50. *c.* M. — 1. 24. 35. *c.*
	Koto-pacsi..........	K. 75. 17. 50	+ 3	CM. 19180,31	C. — 0. 19. 34. *c.* M. — 1. 39. 14. *c.*
	Milin.	M. 41. 45. 43	+ 3	CK. 13207,47	C. + 1. 5. 47. *a.c.d.* K. + 1. 23. 35. *c.d.*
		179. 59. 51	+ 9		
IX. P M O	Papa-ourcou......	P. 60. 31. 30	0	MO. 12979,72	M. — 0. 15. 31. *c.* O. + 1. 1. 38. *c.*
	Milin.	M. 60. 31. 54	0	PO. 12980,58	P. + 0. 3. 28. *a.d.* O. + 1. 11. 25. *c.d.*
	Ouangotassin......	O. 58. 56. 36	0	PM. 12772,30	P. — 1. 14. 45. *c.* M. — 1. 23. 45. *c.*
		180. 0. 0	0		

Triangles de la Méridienne de Quito. (2)

VII. HAUTEURS & Abaiſſemens reſpectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de poſition réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou.*	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toiſes.		Toiſes.		Toiſes.	Toiſes.
C. + 807,42 K. + 860,53	S. 41° 17′ 20″	CK. 13203,95	52° 27′ 53″ du Sud à l'Eſt.	8044,50	10470,45
S. — 807,42 K. + 50,71	C. 74. 6. 23	SK. 19245,40	12. 8. 24 du Sud à l'Oueſt.	18815,00	4047,33
S. — 860,53 C. — 50,71	K. 64. 36. 17	SC. 18076,76	53. 25. 44 du Sud à l'Oueſt.	10770,50	14517,78
K. + 50,71 P. — 385,12	C. 21. 17. 28	KP. 4922,82	45. 45. 36 S. O.	3433,82	3526,15
C. — 50,71 P. — 435,47	K. 81. 46. 31	CP. 13415,48	31. 10. 25 S. E.	11478,32	6944,30
C. + 385,12 K. + 435,47	P. 76. 56. 1	CK. 13203,95	52. 27. 53 S. E.	8044,50	10470,45
P. — 385,12 M. — 419,53	C. 41. 38. 11	PM. 12770,50	54. 43. 34 S. O.	7374,78	10425,85
C. + 385,12 M. — 35,29	P. 94. 6. 1	CM. 19171,87	10. 27. 46 S. O. & par obſerv. réd. 10. 26. 49	18853,11	3481,55
C. + 419,53 P. + 35,29	M. 44. 15. 48	CP. 13415,48	31. 10. 25 S. E.	11478,32	6944,30
K. + 50,71 M. — 419,53	C. 62. 55. 37	KM. 17648,94	52. 14. 3 S. O.	10808,85	13951,86
C. — 50,71 M. — 469,48	K. 75. 18. 4	CM. 19172,10	10. 27. 44 S. O.	18853,36	3481,41
C. + 419,53 K. + 469,48	M. 41. 46. 19	CK. 13203,95	52. 27. 53 S. E.	8044,50	10470,45
M. — 35,29 O. + 257,47	P. 60. 30. 50	MO. 12974,21	64. 44. 52 S. E.	5534,85	11734,37
P. + 35,29 O. + 292,90	M. 60. 31. 34	PO. 12975,77	5. 47. 16 S. E.	12909,63	1308,53
P. — 257,47 M. — 292,90	O. 58. 57. 36	PM. 12770,50	54. 43. 34 S. O.	7374,78	10425,85

Suite de la TABLE du Calcul des

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient poſés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION obſervés.	IV. Equation pour la ſomme des 3 Angles.	V. LONGUEUR des côtés oppoſés aux Angles obſervés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépreſſion apparente obſervés.	Quarts-de-cercle.
				Toiſes.		
X.	Milin	M. 52° 18′ 25″	+ 1″	OT. 13547,44	O. + 1° 11′ 25″ T. + 0. 24. 32.	c.d. a.d.
	Ouango-taſſin	O. 78. 23. 31	+ 1	MT. 16770,32	M. — 1. 23. 45. T. — 0. 40. 45.	c. c.
	Tchoulapou	T. 49. 18. 1	+ 1	MO. 12979,72	M. — 0. 40. 40. O. + 0. 27. 15.	b. b.
		179. 59. 57	+ 3			
XI.	Ouango-taſſin	O. 34. 47. 51	+ 4	TH. 8162,43	T. — 0. 40. 45. H. — 2. 15. 5.	c. d.
	Tchoulapou	T. 73. 54. 8	+ 5	OH. 13741,93	O. + 0. 27. 15. H. — 2. 42. 50.	b. b.
	Hivicatſou	H. 71. 17. 48*b*	+ 4	OT. 13547,44	O. + 2. 1. 0. T. + 2. 34. 50.	b. calc.
		179. 59. 47	+ 13			
XII.	Tchoulapou	T. 75. 56. 26	0	HC. 13746,66	H. — 2. 42. 50. C. — 0. 39. 53.	b. b.
	Hivicatſou	H. 68. 53. 20*b*	0	TC. 13219,50	T. + 2. 34. 50. C. + 0. 55. 30.	calc. b.
	Chitchitchoco	C. 35. 10. 14	0	TH. 8162,43	T. + 0. 27. 5. H. — 1. 9. 19.	c. c.
		180. 0. 0	0			
XIII.	Hivicatſou	H. 34. 29. 33*b*	— 2	CM. 8122,51	C. + 0. 55. 30. M. + 1. 42. 30.	b. b.
	Chitchitchoco	C. 72. 6. 5	— 2	HM. 13649,13	H. — 1. 9. 19. M. + 1. 13. 5.	c. c.
	Moulmoul	M. 73. 24. 28	— 2	HC. 13746,66	H. — 1. 54. 50. C. — 1. 20. 30.	c. c.
		180. 0. 6	— 6			
XIV.	Chitchitchoco	C. 48. 51. 20	+ 1	MY. 6282,14	M. + 1. 13. 5. Y. + 3. 29. 35.	c. c.
	Moulmoul	M. 54. 19. 20	+ 1	CY. 6776,47	C. — 1. 20. 30. Y. + 2. 7. 35.	c. c.
	Ygoalata *ou* Goayama.	Y. 76. 49. 17	+ 1	CM. 8122,51	C. — 3. 36. 0. M. — 2. 12. 58.	calc. a.c.
		179. 59. 57	+ 3			

Triangles de la Méridienne de Quito. (3)

VII. Hauteurs & Abaiſſemens reſpectifs des Signaux.	VIII. Angles de poſition réduits à l'Horizon.	IX. Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou.*	X. Direction des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. Distance entre les Parallèles des Signaux.	XII. Distance entre les Méridiens des Signaux.
Toiſes.		Toiſes.		Toiſes.	Toiſes.
O. + 292,90 T. + 159,03	M. 52° 18′ 26″	OT. 13544,16	36° 50′ 52″ du Sud à l'Oueſt.	10838,47	8122,31
M. — 292,90 T. — 133,98	O. 78. 24. 16	MT. 16767,00	12. 26. 26 du Sud à l'Eſt	16373,31	3612,06
M. — 159,03 O. + 133,98	T. 49. 17. 18	MO. 12974,21	64. 44. 52 du Sud à l'Eſt.	5534,85	11734,37
T. — 133,98 H. — 511,71	O. 34. 46. 33	TH. 8152,70	69. 17. 24 S. E.	2883,11	7625,90
O. + 133,98 H. — 376,99	T. 73. 51. 44	OH. 13730,55	2. 4. 19 S. O.	13721,57	496,42
O. + 511,71 T. + 376,99	H. 71. 21. 43	OT. 13544,16	36. 50. 52 S. O.	10838,47	8122,31
H. — 376,99 C. — 128,75	T. 75. 57. 21	HC. 13742,45	41. 48. 6 S. O.	10244,40	9160,09
T. + 376,99 C. + 249,54	H. 68. 54. 30	TC. 13216,85	6. 39. 57 S. O.	13127,51	1534,19
T. + 128,75 H. — 249,54	C. 35. 8. 9	TH. 8152,70	69. 17. 24 S. E.	2883,11	7625,90
C. + 249,54 M. + 431,46	H. 34. 29. 34	CM. 8119,16	66. 7. 51 S. E.	3285,40	7424,74
H. — 249,54 M. + 181,42	C. 72. 4. 3	HM. 13640,65	7. 18. 32 S. O.	13529,81	1735,34
H. — 431,46 C. — 181,42	M. 73. 26. 23	HC. 13742,45	41. 48. 6 S. O.	10244,40	9160,09
M. + 181,42 Y. + 419,19	C. 48. 51. 0	MY. 6276,27	59. 38. 51 S. O.	3171,52	5416,00
C. — 181,42 Y. + 238,01	M. 54. 13. 18	CY. 6762,18	17. 16. 51 SE. & par obſerv. réd. 17. 17. 59	6456,93	2008,74
C. — 419,19 M. — 238,01	Y. 76. 55. 42	CM. 8119,16	66. 7. 51 S. E.	3285,40	7424,74

Suite de la TABLE *du Calcul des*

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient poſés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION obſervés.	IV. Equation pour la ſomme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés oppoſés aux Angles obſervés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépreſſion apparente obſervés. *Quarts-de-cercle.*
XV.	Moulmoul.........	M. 60° 49′ 35″	+ 3″	Toiſes. YI. 11760,33	Y. + 2° 7′ 35″ *c.* I. — 0. 22. 25. *c.*
	Ygoalata............ *ou* Goayama.	Y. 91. 22. 11	+ 3	MI. 13464,98	M. — 2. 12. 58. *a. c.* I. — 1. 33. 56. *a. c.*
	Ilmal................	I. 27. 48. 5	+ 3	MY. 6282,14	M. + 0. 10. 9. *c.* Y. + 1. 22. 59. *c.*
		179. 59. 51	+ 9		
1.	Moulmoul...	M. 69. 54. 40	0	YN. 8916,43	Y. + 2. 7. 35. *c.* N. — 1. 55. 50. *calc.*
	Ygoalata......	Y. 68. 39. 35	0	MN. 8843,08	M. — 2. 12. 58. *a. c.* N. — 3. 27. 5. *a. c.*
	Nabouço.....	N. 41. 25. 45	0	MY. 6282,14	M. + 1. 47. 40. *calc.* Y. + 3. 18. 20. *calc.*
		180. 0. 0	0		
2.	Ygoalata......	Y. 77. 52. 47	+ 2	NA. 12980,27	N. — 3. 27. 5. *a. c.* A. — 2. 21. 16. *a. c.*
	Nabouço.....	N. 59. 55. 39	+ 2	YA. 11489,13	Y. + 3. 18. 20. *calc.* A. + 0. 12. 40. *calc.*
	Amoula.......	A. 42. 11. 28	+ 2	YN. 8916,43	Y. + 2. 10. 20. *calc.* N. — 0. 25. 20. *calc.*
		179. 59. 54	+ 6		
3.	Ygoalata......	Y. 55. 16. 28	0	AI. 10787,99	A. — 2. 21. 16. *a. c.* I. — 1. 33. 56. *a. c.*
	Amoula.......	A. 63. 38. 22	0	YI. 11760,44	Y. + 2. 10. 20. *calc.* I. + 0. 43. 10. *calc.*
	Ilmal..........	I. 61. 5. 10	0	YA. 11489,13	Y. + 1. 22. 59. *c.* A. — 0. 53. 11. *c.*
		180. 0. 0	0		
XVI.	Ygoalata...........	Y. 71. 36. 6	+ 3	ID. 16989,88	I. — 1. 33. 56. *a c.* D. + 0. 38. 3 ½. *c.*
	Ilmal................	I. 67. 20. 20	+ 3	YD. 16522,84	Y. + 1. 22. 59. *c.* D. + 0. 23. 39. *c.*
	Dolomboc......... *ou* Siça-pongo	D. 41. 3. 25	+ 3	YI. 11760,33	Y. + 0. 22. 43. *b. c.* I. — 0 39 54. *b. c.*
		179. 59. 51	+ 9		

Triangles de vérification pour la diſtance YI. (triangles 1, 2, 3)

Triangles de la Méridienne de Quito. (4)

VII. HAUTEURS & Abaiſſemens reſpectiſs des Signaux.	VIII. ANGLES de poſition réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou.*	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toiſes.		Toiſes.		Toiſes.	Toiſes.
Y. + 238,01 I. — 63,78	M. 60° 47′ 19″	YI. 11754,02	28° 55′ 12″ du Sud à l'Eſt.	10288,25	5684,10
M. — 238,01 I. — 302,52	Y. 91. 25. 57	MI. 13462,44	1. 8. 28 S. E. & par 2 obſer. réd. 1. 9. 27	13459,76	268,10
M. + 63,78 Y. + 302,52	I. 27. 46. 44	MY. 6276,27	59. 38. 51 du Sud à l'Oueſt.	3171,52	5416,00
Y. + 238,01 N. — 287,45	M. 69. 48. 30	YN. 8899,31	51. 36. 24 S. E.	5526,97	6974,97
M. — 238,01 N. — 525,46	Y. 68. 44. 45	MN. 8837,09	10. 9. 39 S. E.	8698,49	1558,97
M. + 287,45 Y. + 525,46	N. 41. 26. 45	MY. 6276,27	59. 38. 51 S. O.	3171,52	5416,00
N. — 525,46 A. — 453,73	Y. 77. 59. 34	NA. 12978,55	68. 30. 24 S. O.	4755,25	12076,01
Y. + 525,46 A. + 71,73	N. 59. 53. 12	YA. 11478,00	26. 23. 10 S. O.	10282,21	5101,03
Y. + 453,73 N. — 71,73	A. 42. 7. 14	YN. 8899,31	51. 36. 24 S. E.	5526,97	6974,97
A. — 453,73 I. — 302,52	Y. 55. 18. 15	AI. 10784,81	89. 58. 0 S. E.	6,27	10784,81
Y. + 453,73 I. + 151,16	A. 63. 38. 50	YI. 11754,07	28. 55. 5 S. E.	10288,49	5683,78
Y. + 302,52 A. — 151,16	I. 61. 2. 55	YA. 11478,00	26. 23. 10 S. O.	10282,21	5101,03
I. — 302,52 D. — 146,01	Y. 71. 36. 44	ID. 16985,94	83. 44. 15 S. O.	1852,89	16884,57
Y. + 302,52 D. + 157,00	I. 67. 20. 33	YD. 16518,42	42. 41. 32 S. O.	12141,14	11200,46
Y. + 146,01 I. — 157,00	D. 41. 2. 43	YI. 11754,02	28. 55. 12 S. E.	10288,25	5684,10

Suite de la TABLE *du Calcul des*

I. Ordre & Plans des Triangles.	II. Noms des Lieux où étoient poſés les Signaux.	III. Angles de position obſervés.	IV. Equation pour la ſomme des 3 Angles	V. Longueur des côtés oppoſés aux Angles obſervés.	VI. Angles de hauteur & de dépreſſion apparente obſervés. (Quarts-de-cercle.)
16	Pour vérif. la diſt. Y. D Ygoalata..........	Y. 94° 15′ 4″	— 2″	Toiſes. ND. 19345,00	N. — 3° 27′ 5″ *a.c.* D. — 0. 38. 3 ½ *c.*
	Nabouço...........	N. 58. 23. 7	— 1	YD. 16519,44	Y. + 3. 18. 20. *calc.* D. + 0. 59. 10. *calc.*
	Dolomboc......... *ou* Siça-pongo.	D. 27. 21. 53	— 1	YN. 8916,43	Y. + 0. 22. 43 ½. *b.c.* N. — 1. 17. 31 ½. *b.c.*
		180. 0. 4	— 4		
XVII.	Ilmal	I. 63. 39. 35	— 1	DZ. 16443,09	D. + 0. 23. 39. *c.* Z. — 0. 38. 46. *c.*
	Dolomboc.........	D. 48. 31. 31	— 1	IZ. 13747,24	I. — 0. 39. 54. *b. c.* Z. — 1. 7. 45. *c.*
	Zagroum	Z. 67. 48. 57	— 1	ID. 16989,88	I. + 0. 26. 27. *e.* D. + 0. 51. 23. *a.*
		180. 0. 3	— 3		
XVIII.	Dolomboc.........	D. 47. 28. 12	+ 3	ZL. 12285,58	Z. — 1. 7. 45. *c.* L. + 0. 29. 45. *c.*
	Zagroum...........	Z. 52. 1. 5	+ 3	DL. 13140,49	D. + 0. 51. 23. *a.* L. + 1. 52. 36. *a. e.*
	Lalangouço	L. 80. 30. 34	+ 3	DZ. 16443,09	D. — 0. 42. 35. *c.* Z. — 2. 4. 20. *c.*
		179. 59. 51	+ 9		
XIX.	Zagroum	Z. 71. 1. 0	— 2	LS. 13256,17	L. + 1. 52. 36. *a. e.* S. + 1. 53. 19. *a. e.*
	Lalangouço.......	L. 47. 46. 35	— 2	ZS. 10381,11	Z. — 2. 4. 20. *c.* S. — 0. 22. 35. *c.*
	Senegoalap........	S. 61. 12. 31 *bc*	— 2	ZL. 12285,58	Z. — 2. 3. 51. *c.* L. + 0. 10. 39. *c.*
		180. 0. 6	— 6		
XX	Lalangouço	L. 66. 28. 33	+ 3	SC. 14357,19	S. — 0. 22. 35. *c.* C. — 1. 20. 5. *c.*
	Senegoalap........	S. 55. 40. 50 *bc*	+ 3	LC. 12932,54	L. + 0. 10. 39. *c.* C. — 0. 58. 31. *c.*
	Choujaï............	C. 57. 50. 28	+ 3	LS. 13256,17	L. + 1. 7. 50. *d.* S. + 0. 44. 7. *c.*
		179. 59. 51	+ 9		

Triangles de la Méridienne de Quito. (5)

VII. Hauteurs & Abaiſſemens reſpectifs des Signaux.	VIII. Angles de poſition réduits à l'Horizon.	IX. Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou*.	X. Direction des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. Distance entre les Parallèles des Signaux.	XII. Distance entre les Méridiens des Signaux.
Toiſes.		Toiſes.		Toiſes.	Toiſes.
N. — 525,46 D. — 146,01	Y. 94° 17′ 48″	ND. 19338,78	70° 0′ 20″ du Sud à l'Oueſt.	6612,42	18172,96
Y. + 525,46 D. + 384,58	N. 58. 23. 16	YD. 16515,44	42. 41. 24 du Sud à l'Oueſt	12139,39	11197,99
Y. + 146,01 N. — 384,58	D. 27. 18. 56	YN. 8899,40	51. 36. 24 du Sud à l'Eſt.	5526,97	6974,97
D. + 157,00 Z. — 130,40	I. 63. 39. 7	DZ. 16437,81	47. 44. 0 S. E.	11055,79	12164,36
I. — 157,00 Z. — 281,97	D. 48. 31. 45	IZ. 13744,61	20. 5. 8 S. O.	12908,67	4720,21
I. + 130,40 D. + 281,97	Z. 67. 49. 8	ID. 16985,94	83. 44. 15 S. O.	1852,89	16884,57
Z. — 281,97 L. + 138,21	D. 47. 26. 43	ZL. 12275,95	80. 14. 28 S. O.	2080,80	12098,32
D. + 281,97 L. + 423,20	Z. 52. 1. 32	DL. 13136,75	0. 17. 17 S. E. & par 3 obſer. réd. 0. 17. 19	13136,59	66,04
D. — 138,21 Z. — 423,20	L. 80. 31. 45	DZ. 16437,81	47. 44. 0 S. E.	11055,79	12164,36
L. + 423,20 S. + 357,95	Z. 71. 3. 38	LS. 13252,85	51. 59. 59 S. E.	8159,32	10443,34
Z. — 423,20 S. — 64,06	L. 47. 45. 33	ZS. 10373,04	9. 10. 50 S. O.	10240,11	1654,97
Z. — 357,95 L. + 64,06	S. 61. 10. 49	ZL. 12275,95	80. 14. 28 S. O. & par obſerv. réd. 80. 14. 35	2080,80	12098,32
S. — 64,06 C. — 278,15	L. 66. 28. 44	SC. 14352,69	72. 19. 42 S. O.	4356,93	13675,41
L. + 64,06 C. — 214,26	S. 55. 40. 19	LC. 12926,82	14. 28. 45 S. O.	12516,25	3232,07
L. + 278,15 S. + 214,26	C. 57. 50. 57	LS. 13252,85	51. 59. 59 S. E.	8159,32	10443,34

Suite de la TABLE *du Calcul des*

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés. *Quarts-de-cercle.*
XXI.	Senegoalap........	S. 78° 6′ 0 *bc*	— 3″	Toises. CΣ. 16838,71	C. — 0° 58′ 31″ *c.* Σ. + 0. 3. 49. *c.*
	Choujaï............	C. 45. 21. 30″	— 3	SΣ. 12245,00	S. + 0. 44. 7. *c.* Σ. + 0. 42. 35. *a.*
	Sacha-tian-*loma*..	Σ. 56. 32. 39	— 3	SC. 14357,19	S. — 0. 15. 36. *c.* C. — 0. 58. 30. *calc.*
		180. 0. 9	— 9		
XXII.	Choujaï............	C. 50. 53. 7*a*	— 3	ΣS. 13398,15	Σ. + 0. 42. 35. *a.* S. + 1. 29. 12. *a. e.*
	Sacha-tian-*loma*..	Σ. 51. 55. 31	— 3	CS. 13593,68	C. — 0. 58. 30. *calc.* S. + 0. 26. 31. *c.*
	Sinaçaouan........	S. 77. 11. 31	— 3	CΣ. 16838,71	C. — 1. 42. 30. *c.* Σ. — 0. 40. 20. *c.*
		180. 0. 9	— 9		
XXIII.	Sacha-tian-*loma*..	Σ. 56. 59. 55	— 1	SQ. 11791,10	S. + 0. 26. 31. *c.* Q. — 0. 58. 59. *c.*
	Sinaçaouan........	S. 50. 38. 46	— 1	ΣQ. 10871,42	Σ. — 0. 40. 20. *c.* Q. — 1. 33. 12. *c.*
	Quinoa-*loma*.....	Q. 72. 21. 22*b*	— 1	ΣS. 13398,15	Σ. + 0. 48. 32 ½. *b.* S. + 1. 21. 4 ½. *b.*
		180. 0. 3	— 3		
XXIV.	Sinaçaouan........	S. 86. 39. 22	0	QB. 16809,12	Q. — 1. 33. 12. *c.* B. — 1. 43. 10. *c.*
	Quinoa-*loma*......	Q. 48. 53. 41*b*	0	SB. 12687,32	S. + 1. 21. 4 ½. *b.* B. — 0. 20. 57 ½. *b*
	Boueran............	B. 44. 26. 57	0	SQ. 11791,10	S. + 1. 30. 53 ½. *c.* Q. + 0. 4. 0 ½. *c.*
		180 0. 0	0		
XXV.	Quinoa-*loma*.....	Q. 47. 25. 1*b*	— 1	BY. 12416,76	B. — 0. 20. 57 ½. *b.* Y. — 0. 48. 27 ½. *b.*
	Boueran.............	B. 47. 12. 6	— 2	QY. 12373,74	Q. + 0. 4. 0 ½. *c.* Y. — 0. 32. 27 ½. *c.*
	Yassouai............	Y. 85. 22. 58	— 2	QB. 16809,12	Q. + 0. 37. 24. *c.* B. + 0. 21. 9. *c.*
		180. 0. 5	— 5		

Triangles de la Méridienne de Quito. (6)

VII. Hauteurs & Abaissemens respectifs des Signaux.	VIII. Angles de position réduits à l'Horizon.	IX. Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou*.	X. Direction des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. Distance entre les Parallèles des Signaux.	XII. Distance entre les Méridiens des Signaux.
Toises.		Toises.		Toises.	Toises.
C. — 214,26 Σ. + 34,57	S. 78° 5′ 46″	CΣ. 16833,36	62° 18′ 38″ du Sud à l'Est.	7822,10	14905,59
S. + 214,26 Σ. + 247,50	C. 45. 21. 40	SΣ. 12241,01	5. 46. 4 du Sud à l'Est.	12179,04	1230,18
S. — 34,57 C. — 247,50	Σ. 56. 32. 34	SC. 14352,69	72. 19. 42 du Sud à l'Ouest.	4356,93	13675,41
Σ. + 247,50 S. + 378,89	C. 50. 53. 19	ΣS. 13393,96	65. 46. 58 S. O.	5494,16	12215,24
C. — 247,50 S. + 130,24	Σ. 51. 54. 24	CS. 13585,32	11. 25. 19 S. E.	13316,26	2690,34
C. — 378,89 Σ. — 130,24	S. 77. 12. 17	CΣ. 16833,36	62. 18. 38 S. E. & par observ. réd. 62. 16. 40	7822,10	14905,59
S. + 130,24 Q. — 169,98	Σ. 56. 58. 57	SQ. 11784,46	63. 34. 6 S. E.	5245,62	10552,58
Σ. — 130,24 Q. — 298,78	S. 50. 38. 56	ΣQ. 10867,72	8. 48. 1 S. O.	10739,78	1662,66
Σ. + 169,98 S. + 298,78	Q. 72. 22. 7	ΣS. 13393,96	65. 46. 58 S. O.	5494,16	12215,24
Q. — 298,78 B. — 357,98	S. 86. 42. 0	QB. 16805,81	67. 33. 46 S. O.	6414,29	15533,58
S. + 298,78 B. — 61,03	Q. 48. 52. 8	SB. 12679,26	23. 7. 54 S. O.	11659,91	4980,99
S. + 357,98 Q. + 61,03	B. 44. 25. 52	SQ. 11784,46	63. 34. 6 S. E.	5245,62	10552,58
B. — 61,03 Y. — 154,50	Q. 47. 25. 1	BY. 12414,32	65. 14. 22 S. E.	5199,45	11273,02
Q. + 61,03 Y. — 96,80	B. 47. 11. 52	QY. 12370,59	20. 8. 45 S. O.	11613,74	4260,56
Q. + 154,50 B. + 96,80	Y. 85. 23. 7	QB. 16805,81	67. 33. 46 S. O.	6414,29	15533,58

Suite de la TABLE *du Calcul des*

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés. *Quarts-de-cercle.*
XXVI	Boueran	B. 85° 6′ 43″	+ 2″	Toises. YC. 14017,03	Y. — 0° 32′ 27″ ½. c. C. — 1. 14. 38 c.
	Yassouai	Y. 32. 55. 40	+ 2	BC. 7647,32	B. + 0. 21. 9. c. C. — 0. 21. 13. c.
	Cahouapata	C. 61. 57. 31	+ 2	BY. 12416,76	B. + 1. 6. 55. d. Y. + 0. 9. 8. d.
		179. 59. 54	+ 6		
XXVII.	Yassouai	Y. 49. 20. 47	+ 2	CB. 13324,72	C. — 0. 21. 13. c. B. — 1. 1. 6. c.
	Cahouapata	C. 77. 42. 17	+ 2	YB. 17160,48	Y. + 0. 9. 8. d. B. — 0. 59. 40. d.
	Borma	B. 52. 56. 49	+ 3	YC. 14017,03	Y. + 0. 45. 30. calc. C. + 0. 47. 27. c.
		179. 59. 53	+ 7		
XXVIII.	Cahouapata	C. 34. 8. 45	0	BP. 9232,49	B. — 0. 59. 40. d. P. — 1. 18. 54. d.
	Borma	B. 91. 44. 57	0	CP. 16440,71	C. + 0 47. 27. c. P. — 0. 53. 3. c.
	Pougin	P. 54. 6. 17	+ 1	CB. 13324,72	C. + 1. 2. 30. c. B. + 0. 44. 15. c.
		179. 59 59	+ 1		
XXIX.	Borma	B. 37. 47. 33	+ 1	PΠ. 6649,00	P. — 0. 53. 3. c. Π. + 0. 31. 47. c.
	Pougin	P. 83. 53. 43	+ 2	BΠ. 10788,55	B. + 0. 44. 15. c. Π. + 2. 3. 47. c.
	Pillatchiquir	Π 58. 18. 39	+ 2	BP. 9232,49	B. — 0. 41. 50. calc. P. — 2. 10 20. calc.
		179 59 55	+ 5		
XXX.	Pougin	P. 38. 4. 36	+ 2	ΠA. 4104,75	Π. + 2. 3. 47. c. A. + 1. 3. 48. calc.
	Pillatchiquir	Π. 54. 30. 6	+ 1	PA. 5418,68	P. — 2. 10. 20. calc. A. — 2. 0. 4. calc.
	Ailpa-roupachca.	A. 87. 25. 14	+ 1	PΠ. 6649,00	P. — 1. 9. 10. calc. Π. + 1. 56. 0. calc.
		179 59. 56	+ +		

Triangles de la Méridienne de Quito. (7)

VII. HAUTEURS & Abaiſſemens reſpectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de poſition réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou.*	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toiſes. Y. — 96,80 C. — 157,41	B. 85° 7′ 21″	Toiſes. YC. 14014,84	81° 50′ 22″ du Sud à l'Oueſt.	Toiſes. 1989,37	Toiſes. 13872,93
B. + 96,80 C. — 61,86	Y. 32. 55. 16	BC. 7644,52	19. 52. 59 S. O. & par obſerv. réd. 19. 54. 17	7188,82	2599,91
B. + 157,41 Y. + 61,86	C. 61. 57. 23	BY. 12414,32	65. 14 22 S. E. & par obſerv. réd. 65. 13. 44	5199,45	11273,02
C. — 61,86 B. — 266,00	Y. 49. 20. 46	CB. 13321,54	20. 27. 35 S. E.	12481,20	4656,53
Y. + 61,86 B. — 207,54	C. 77. 42. 3	YB. 17156,32	32. 29. 36 S. O.	14470,56	9216,41
Y. + 266,00 C. + 207,54	B. 52. 57. 11	YC. 14014,84	81. 50. 22 S. O.	1989,37	13872,93
B. — 207,54 P. — 338,03	C. 34. 9. 5	BP. 9230,90	67. 48. 10 S. O.	3487,40	8546,79
C. + 207,54 P. — 130,62	B. 91. 44. 15	CP. 16435,63	13. 41. 30 S. O.	15968,60	3890,26
C. + 338,03 B. + 130,62	P. 54. 6. 40	CB. 13321,54	20. 27. 35 S. E.	12481,20	4656,53
P. — 130,62 Π. + 115,49	B. 37. 46. 3	PΠ. 6643,85	28. 16. 45 S. E.	5850,91	3147,65
B. + 130,62 Π. + 245,64	P. 83. 55. 5	BΠ. 10786,78	30. 2. 7 S. O.	9338,31	5399,14
B. — 115,49 P. — 245,64	Π. 58. 18. 52	BP. 9230,90	67. 48. 10 S. O.	3487,40	8546,79
Π. + 245,64 A. + 104,76	P. 38. 4. 42	ΠA. 4101,81	82. 49. 18 N. O.	512,55	4069,66
P. — 245,64 A. — 140,88	Π. 54. 32. 33	PA. 5417,39	9. 47. 57 S. O.	5338,35	922,01
P — 104,76 Π. + 140,88	A. 87. 22. 45	PΠ. 6643,85	28. 16. 45 S. E.	5850,91	3147,65

Suite de la TABLE *du Calcul des*

I. Ordre & Plans des Triangles.	II. Noms des Lieux où étoient posés les Signaux.	III. Angles de position observés.	IV. Equation pour la somme des 3 Angles	V. Longueur des côtés opposés aux Angles observés.	VI. Angles de hauteur & de dépression apparente observés. *Quarts-de-cercle.*
XXXI.	Pougin.............	P. 16° 31′ 31″	0″	AC. Toises. 1541,34	A. + 1° 3′ 48″ *calc.* C. — 0. 50. 0. *calc.*
	Ailpa-roupachca.	A. 72. 49. 55	0	PC. 5177,56	P. — 1. 9. 10. *calc.* C. — 6. 34. 40. *calc.*
	Chinan............. Terme Sud de la Base.	C. 90. 38. 34	0	PA. 5418,68	P. + 0. 44. 56. *c.* A. + 6. 33. 11. *c.*
		180. 0. 0	0		
XXXII.	Pougin.............	P. 94. 58. 37	0	OC. 5260,35	O. — 11. 36. 50. *calc.* C. — 0. 50. 0. *calc.*
	Ouaoua-tarqui.. Terme Nord de la Base.	O. 78. 40. 54	0	PC. 5177,56	P. + 11. 36. 15. *c.* C. + 0. 27. 40. *c.*
	Chinan.............	C. 6. 20. 29	0	PO. 583,21	P. + 0. 44. 56. *c.* O. — 0. 32. 30. *c.*
		180. 0. 0	0		
31 *Pour vérifier la distance OC.*	Pougin.............	P. 79. 16. 8	— 2	AO. 5340,89	A. + 1. 3. 48. *calc.* O. — 11. 36. 50. *calc.*
	Ailpa-roupachca.	A. 6. 9. 41	— 2	PO. 583,39	P. — 1. 9. 10. *calc.* O. — 2. 25. 44. *calc.*
	Ouaoua-tarqui..	O. 94. 34. 17	— 2	PA. 5418,68	P. + 11. 36. 15. *c.* A. + 2. 20. 30. *calc.*
		180. 0. 6	— 6		
32	Ailpa-roupachca.	A. 78. 41. 9	+ 1	OC. 5260,33	O. — 2. 25. 44. *calc.* C. — 6. 34. 40. *calc.*
	Ouaoua-tarqui.. Terme Nord de la Base.	O. 16. 42. 1	0	AC. 1541,59	A. + 2. 20. 30. *calc.* C. + 0. 27. 40. *c.*
	Chinan............. Terme Sud de la Base.	C. 84. 36. 48	+ 1	AO. 5340,89	A. + 6. 33. 11. *c.* O. — 0. 32. 30. *c.*
		179. 59. 58	+ 2		
XXXIII	Cotchesqui *.....	C. 83. 25. 15	— 3	TO. 15663,05	T. + 1. 34. 21½. *c.* O. — 0. 40. 33½. *c.*
	Tanlagoa...........	T. 62. 37. 39	— 4	CO. 14001,35	C. — 1. 42. 50. *calc.* O. — 1. 33. 48. *d.*
	Oyambaro.........	O. 33. 57. 16	— 3	CT. 8806,04	C. + 0. 27. 34. *d.* T. + 1. 18. 39. *a.*
		180. 0. 10	— 10		

* *Ce Triangle a été ajoûté pour avoir la Position de l'Observatoire de* Cotchesqui.

Triangles de la Méridienne de Quito. (8)

VII. Hauteurs & Abaiſſemens reſpectifs des Signaux.	VIII. Angles de poſition réduits à l'Horizon.	IX. Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou.*	X. Direction des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. Distance entre les Parallèles des Signaux.	XII. Distance entre les Méridiens des Signaux.
Toiſes.		Toiſes.		Toiſes.	Toiſes.
A. + 104,76 C. — 71,47	P. 16° 25′ 1″	AC. 1531,22	63° 3′ 3″ du Nord à l'Oueſt.	693,95	1364,92
P. — 104,76 C. — 176,23	A. 72. 51. 0	PC. 5176,94	26. 12. 58 du Sud à l'Oueſt.	4644,41	2286,95
P. + 71,47 A. + 176,23	C. 90. 43. 59	PA. 5417,39	9. 47. 57 du Sud à l'Oueſt.	5338,35	922,01
O. — 117,37 C. — 71,47	P. 95. 15. 11	OC. 5260,09	32. 25. 29 S. O.	4440,03	2820,42
P. + 117,37 C. + 46,02	O. 78. 32. 18	PC. 5176,94	26. 12. 58 S. O.	4644,41	2286,95
P. + 71,47 O. — 46,02	C. 6. 12. 31	PO. 571,27	69. 2. 13 S. E.	204,38	533,45
A. + 104,76 O. — 117,37	P. 78. 51. 1	AO. 5336,70	15. 47. 51 N. E.	5135,13	1452,85
P. — 104,76 O. — 222,25	A. 5. 59. 54	PO. 568,41	69. 3. 4 S. E.	203,22	530,83
P. + 117,37 A. + 222,25	O. 95. 9. 5	PA. 5417,39	9. 47. 57 S. O.	5338,35	922,01
O. — 222,25 C. — 176,23	A. 78. 50. 54	OC. 5259,94	32. 23. 53 S. O. & par obſerv. réd. 32. 23. 47	4439,90	2820,34
A. + 222,25 C. + 46,02	O. 16. 37. 38	AC. 1534,07	63. 5. 14 N. O.	695,24	1367,48
A. + 176,23 O. — 46,02	C. 84. 31. 28	AO. 5336,70	15. 47. 51 N. E.	5135,13	1452,85
T. + 252,54 O. — 138,75	C. 83. 23. 53	TO. 15657,28	30. 2. 22 S. E.	13554,21	7837,98
C. — 252,54 O. — 392,82	T. 62. 39. 16	CO. 14000,46	3. 54. 29 S. O.	13967,90	954,21
C. + 138,75 T. + 392,82	O. 33. 56. 51	CT. 8801,91	87. 18. 22 S. O.	413,69	8792,19

Suite de la TABLE *du Calcul des*

Triangles ajoûtés pour réduire les Obſervations au Méridien

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient poſés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION obſervés.	IV. Equation pour la ſomme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés oppoſés aux Angles obſervés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépreſſion apparente obſervés. *Quarts-de-cercle.*
1 (T, P, G)	Pamba-marca.....	P. 47° 2′ 38″c	+ 6″	Toiſes. TG. 12742,15	T. — 1° 26′ 20″. c. G. — 2. 10. 17 c.
	Tanlagoa..........	T. 65. 39. 37a	+ 5	PG. 15862,51	P. + 1. 11. 13. d. G. — 1. 0. 30. calc.
	Goapoulo..........	G. 67. 17. 33a	+ 1	PT. 16060,29	P. + 1. 55. 42½. b. T. + 0. 48. 20½. b.
		179. 59. 48	+ 12		
2 (P, G, Γ)	Pamba-marca.....	P. 47. 57. 21 c	0	GΓ. 13616,64	G. — 2. 10. 17. c. Γ. — 0. 14. 12. c.
	Goapoulo..........	G. 72. 8. 54a	0	PΓ. 17452,91	P. + 1. 55. 42½. b. Γ. + 2. 9. 22. calc.
	Goamani..........	Γ. 59. 53. 45b	0	PG. 15862,51	P. — 0. 2. 40. calc. G. — 2. 22. 36. calc.
		180. 0. 0	0		
3 (P, Q, Γ)	Pamba-marca.....	P. 46. 41. 1 b	0	ΓQ. 14568,49	Γ. — 0. 14. 12. c. Q. — 2. 0. 48. calc.
	Goamani..........	Γ. 72. 40. 4	0	PQ. 19114,12	P. — 0. 2. 40. calc. Q. — 2. 27. 37. calc.
	QUITO.......... *Tour de la Mercy. E'tage de la groſſe Cloche.*	*conclu.* Q. 60. 38. 55b	0	PΓ. 17452,91	P. + 1. 41. 52. b. Γ. + 2. 13. 47. b.
		180. 0. 0	0		

Ces trois derniers Triangles ont été tirés de la

Triangles de la Méridienne de Quito. (9)

& au Parallèle de la Tour de la Mercy de Quito.

VII. Hauteurs & Abaissemens respectifs des Signaux.	VIII. Angles de position réduits à l'Horizon.	IX. Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou*.	X. Direction des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. Distance entre les Parallèles des Signaux.	XII. Distance entre les Méridiens des Signaux.
Toises.		Toises.		Toises.	Toises.
T. — 367,98 G. — 567,78	P. 47° 3′ 54″	TG. 12739,35	0° 20′ 57″ du Sud à l'Est.	12739,12	77,63
P. + 367,98 G. — 201,70	T. 65. 37. 45	PG. 15849,98	66. 57. 24 du Sud à l'Ouest.	6204,12	14585,29
P. + 567,78 T. + 201,70	G. 67. 18. 21	PT. 16053,26	65. 58. 42 du Nord à l'Ouest.	6535,00	14662,91
G. — 567,78 Γ. — 29,29	P. 47. 55. 49	GΓ. 13604,12	40. 50. 33 S. E.	10291,65	8896,85
P. + 567,78 Γ. + 538,49	G. 72. 12. 3	PΓ. 17449,03	19. 1. 35 S. O.	16495,77	5688,44
P. + 29,29 G. — 538,49	Γ. 59. 52. 8	PG. 15849,98	66. 57. 24 S. O.	6204,12	14585,29
Γ. — 29,29 Q. — 618,91	P. 46. 39. 41	ΓQ. 14554,64	53. 37. 36 N. O.	8631,55	11718,97
P. + 29,29 Q. — 596,09	Γ. 72. 39. 11	PQ. 19101,42	65. 41. 16 S. O.	7864,22	17407,42
P. + 618,91 Γ. + 596,09	Q. 60. 41. 8	PΓ. 17449,03	19. 1. 35 S. O.	16495,77	5688,44

suite mesurée particulièrement par M. Godin.

ARTICLE VII.

Explication de la Colonne I de la Table: Ordre & plan des Triangles.

LA ſuite & l'enchaînement des Triangles de la Méridienne ſe voit dans la planche II, qui les repréſente tous; mais j'ai cru outre cela qu'en cherchant dans la Table la meſure d'un angle, la longueur ou la direction d'un côté, &c. il ſeroit commode pour le Lecteur d'avoir ſous les yeux la figure du Triangle qu'il conſidère, & d'en trouver le plan vis-à-vis des calculs qui lui répondent.

Ce ſont ces plans iſolés des Triangles, orientés & placés ſelon l'ordre des obſervations, qui compoſent la première Colonne de la Table.

Dans le calcul de chaque Triangle, j'ai déſigné les Signaux correſpondans par la lettre initiale de leur nom; & dans le petit nombre de cas où les noms de deux Signaux d'un même Triangle ont commencé par la même lettre, j'ai employé pour l'un des deux une lettre grecque.

ARTICLE VIII.

Explication de la Colonne II: Noms des lieux où étoient placés les Signaux.

EN France, la multitude des objets, tels que les clochers, châteaux, moulins, arbres iſolés, donnoit ſouvent à l'Obſervateur la liberté de choiſir le point qui lui convenoit le mieux

pour

pour former ſes Triangles; mais dans le pays où nous avons opéré, les montagnes ſur leſquelles nos Triangles devoient s'appuyer néceſſairement, ne nous offroient pas de point fixe, & il nous a fallu poſer des Signaux artificiels : nous les formions d'abord ſuivant la nature du terrein, tantôt avec des pièces de bois dreſſées en pyramides & couvertes de paille, tantôt en élevant des maſſes de pierres cylindriques ou coniques ; ceux de bois étoient ſujets à être ſouvent enlevés dans les lieux où le bois étoit rare; & tel Signal, comme celui de *Pamba-marca*, a été, par différens accidens, renouvelé juſqu'à ſept fois.

Pendant mon dernier ſéjour ſur cette montagne, je m'aviſai de faire raſſembler par les Indiens qui nous ſervoient, un grand nombre de pierres des ruines d'une ancienne fortification des naturels du pays, & d'en former une eſpèce de tourelle que je rendis reſpectable en la faiſant ſervir de baſe à une croix de 18 pieds de haut. Ce Signal nous a ſervi depuis en pluſieurs occaſions, & nous a diſpenſés de retourner ſur la montagne : il ſubſiſtoit encore cinq ans après, lorſque je partis de *Quito*.

Après nos premiers Triangles, nous convînmes, conformément à la propoſition qu'en fit M. *Godin*, de nous ſervir déſormais pour Signaux, de tentes ou de canonières qui avoient cet avantage, que lors même que vûes d'un lieu plus élevé, elles ſe projetoient ſur le terrein, leur couleur blanche les rendoit apparentes, & ſervoit à les diſtinguer de fort loin.

La ſeconde Colonne de la Table des Triangles eſt une ſimple liſte des noms des lieux où étoient poſés les Signaux. Ces noms ſont Indiens pour la pluſpart; je les ai écrits ſelon l'ortho-

graphe françoiſe, non ſeulement parce que j'écris en François, mais encore parce qu'il y a quelques ſons communs à la langue Péruvienne & à la Françoiſe, qui ſont totalement inconnus dans la langue Eſpagnole, & que l'orthographe Eſpagnole ne peut rendre: tels ſont ceux que nous exprimons par *ch* & par *j*. Un de nos Signaux, par exemple, étoit placé ſur une montagne que les Indiens nomment *Choujaï*. Il eſt impoſſible d'écrire ce mot en Eſpagnol, ſans en changer totalement la prononciation.

Dans les noms Eſpagnols, comme *Cuenca*, qui ſe prononce *Coinca*, &c. j'ai ſuivi l'orthographe Eſpagnole pour ne les pas rendre méconnoiſſables aux yeux, & ils ſont écrits en caractère italique.

Je crois devoir avertir le Lecteur, pour prévenir toute équivoque, que les endroits où nous avons poſé des Signaux nous ont quelquefois été déſignés ſous différens noms. Un Pâtre Indien ſe croit en droit d'impoſer des noms à ſa fantaiſie à des lieux que lui ſeul fréquente, & tous ſont dans l'uſage d'en donner à chaque pièce de terre & à chaque colline des montagnes de leur canton. Le Signal qui termine notre Triangle XIV étoit poſé ſur le ſommet d'une montagne nommée *Ygualata;* on nous dit que cet endroit en particulier ſe nommoit *Guayama*. Feu M. *Maldonado*, Seigneur du lieu, m'a pluſieurs fois aſſuré qu'il s'étoit ſoigneuſement informé de ſon Fermier & de ſes Indiens, du nom de *Guayama*, dont il n'avoit jamais rien pû découvrir; ce qui m'a déterminé à rendre à ce Signal ſon vrai nom d'*Ygualata*. Peut-être en aurai-je encore nommé quelqu'un autrement que M. *Bouguer;* il y en a qui ont changé deux & trois fois de nom.

ARTICLE IX.

Explication de la Colonne III : Angles de poſition obſervés.

DANS la Table de mes angles obſervés & corrigés, dont je donnai copie au mois d'Avril 1741 à M[rs] *Godin* & *Bouguer,* les différentes équations qui réſultoient des diverſes corrections précédemment expliquées, faiſoient autant de Colonnes ſéparées ; j'ai craint qu'il ne parût plus d'affectation que d'utilité à étaler ici tout ce détail. Je n'ai donc fait, dans la Table ci-jointe, qu'une ſeule Colonne des angles qui avoient déjà ſubi la correction de l'erreur des diviſions, celle du défaut de parallé-liſme de la Lunette, & celle de la réduction au centre. Ainſi on y trouvera les angles tels qu'ils euſſent été obſervés, ſi le Quart-de-cercle eût été bien diviſé, la Lunette bien placée ſur le limbe, & que l'interſection des Lunettes ſe fût faite au centre du Signal : il y en a même quelques-uns qui, outre ces corrections communes à tous, ont encore été ſoûmis à une correction particulière, de la nature de celles que j'ai indiquées à la fin de l'article V. C'eſt toûjours par obſervation, que les erreurs qui ſont l'objet de la correction, ont été reconnues ; j'ai donc pû intituler cette Colonne, *Angles de poſition obſervés.*

Les lettres *a, b, c,* qui ſe trouvent à la ſuite de quelques angles, ſervent à déſigner les différens Quarts-de-cercle avec leſquels ont été obſervés les angles, comme je l'ai déjà remarqué. Tous les autres angles, qui ne ſont ſuivis d'aucune lettre, ont été obſervés avec mon Quart-de-cercle de trois pieds de

rayon (*Voyez art. IV.*) Ce même Quart-de-cercle a été désigné ailleurs par la lettre *d;* & un autre d'un pied de rayon, lequel m'appartenoit, & qui n'a été employé que pour quelques angles de hauteur, a été indiqué par la lettre *e.*

ARTICLE X.

Explication de la Colonne IV: Équation pour la somme des trois angles.

IL arrive souvent que la somme des trois angles d'un Triangle, même après toutes les corrections précédentes, n'est pas encore égale à deux angles droits, comme elle devroit l'être. La quantité dont elle en diffère, partagée également entre les trois angles, est l'équation indiquée dans la quatrième Colonne de la Table; & celle-ci est le résultat de la quatrième correction, qui a été expliquée dans l'article V.

On peut voir par la Table des Triangles, que cette équation, ainsi distribuée, ne monte que très-rarement à quatre secondes pour chaque angle; qu'ordinairement même elle n'est que d'une, deux, ou trois secondes, tantôt en plus, tantôt en moins, comme il doit arriver aux erreurs dont la cause n'est pas constante; & enfin que l'équation est quelquefois nulle. Mais si l'on fait attention que sur un Quart-de-cercle de trois pieds de rayon, quatre secondes ne répondent pas à un centième de ligne, & qu'un cheveu de grosseur ordinaire couvre au moins huit à dix secondes, on jugera, sans doute, qu'il n'étoit guère permis d'espérer une plus grande précision.

ARTICLE XI.

Explication de la Colonne V: Longueur des côtés opposés aux angles observés.

VIS-à-vis de chaque angle de position de la troisième & quatrième Colonnes, on trouve dans la cinquième la longueur calculée, en toises & en centièmes de toises, du côté opposé à cet angle. Cette longueur est la distance, en droite ligne, des Signaux entre lesquels l'angle a été observé. Par exemple, dans la ligne 3 de la troisième Colonne *(Tr. I)* vis-à-vis de l'angle *O* de $63^d\,48'\,16''$ observé à *Oyambaro* entre les Signaux *P* & *C* de *Pamba-marca* & de *Carabourou*, l'on trouve dans la cinquième Colonne le nombre 9022,96, qui exprime en toises la longueur du côté *PC* opposé à l'angle *O*, c'est-à-dire, la distance en ligne droite entre les deux Signaux de *Pamba-marca* & de *Carabourou.* Comme un même côté peut être commun à plusieurs Triangles, & que dans une suite de Triangles il est au moins commun aux deux qui se touchent, le nombre qui exprime la distance de deux Signaux, ou la longueur d'un côté, ne peut manquer de se trouver répété dans la Table, au moins vis-à-vis des deux angles auxquels le côté est opposé, dans deux Triangles différens. On a cru que cette répétition, qui sert de confirmation, déplairoit moins que de laisser des vuides à remplir dans la Table.

Le premier nombre de la Colonne V que nous examinons ici ou le premier côté de Triangle 6274,05 toises, n'a pas été observé avec le Quart-de-cercle; c'est la distance en droite ligne des deux termes de la Base, telle qu'elle a été conclue de la mesure actuelle.

ARTICLE XII.

Explication de la Colonne VI: Angles verticaux, ou de hauteur & de dépreſſion apparente, réciproquement obſervés d'un Signal à l'autre.

LA réduction des angles à un plan horizontal, de laquelle il ſera parlé bien-tôt, étoit un point très-capital dans notre travail, vû la grande inégalité du terrein. Cette réduction ſuppoſe la connoiſſance des angles de hauteur ou de dépreſſion des objets entre leſquels l'angle de poſition a été obſervé: auſſi avons-nous eu grande attention d'obſerver la hauteur ou l'abaiſſement apparent des Signaux, ſans négliger jamais de rectifier le Quart-de-cercle par le renverſement, malgré la difficulté qu'il y avoit à y réuſſir, ſur des ſommets de montagnes, où un vent violent & continuel ne permettoit pas au fil-à-plomb de s'arrêter, & dans des lieux, dont la neige, le verglas & le froid rendoient ſouvent l'accès difficile, & le ſéjour inſupportable.

Il eſt vrai que ces difficultés ont fait, qu'au lieu d'obſerver chacun de nous à part les angles verticaux avec nos différens Quarts-de-cercle, comme nous avons fait à l'égard des angles de poſition, nous nous ſommes le plus ſouvent contentés, pour abréger, d'obſerver les premiers en commun, avec un ſeul inſtrument, en nous aidant mutuellement. Comme nous étions ordinairement enſemble, M. *Bouguer* & moi, nous nous ſommes ſervis le plus ſouvent de ſon Quart-de-cercle, plus maniable que le mien. Il faut avouer auſſi que ces angles de hauteur n'ont pas toûjours été diſcutés avec le même ſcrupule que les

angles de poſition ; & cela n'étoit ni néceſſaire, ni quelquefois poſſible, ſur-tout quand le brouillard, qui commençoit à monter & à obſcurcir les Signaux, nous obligeoit d'opérer à la hâte. Cependant, comme nous étions alors deux & trois Obſervateurs, l'un occupé à pointer la Lunette, les autres à caler l'inſtrument & à eſtimer le point de la diviſion où répondoit le fil-à-plomb; je crois qu'il eſt arrivé rarement qu'il y ait eu une minute d'incertitude : & par conſéquent en prenant le milieu, il ne peut y avoir eu qu'une demi-minute d'erreur à craindre ſur la hauteur d'un objet. Je pourrois en excepter un petit nombre de cas, où me trouvant ſeul, & ne voulant pas perdre un temps précieux, je ne pouvois employer à la meſure des angles verticaux qu'un petit inſtrument d'un pied de rayon : je profitois, pour les obſerver, de quelques intervalles de temps très-courts, où je ne pouvois faire aucun uſage de mon grand Quart-de-cercle, ni pour meſurer les angles des Triangles, parce que des nuages paſſagers me déroboient la vûe de quelque Signal ; ni pour obſerver les angles verticaux, parce que la meſure des angles de poſition exigeoit que le grand Quart-de-cercle fût monté horizontalement. Au reſte j'ai évité d'employer aucun de ces angles dans ma Table, quand il n'a pas été confirmé par un autre Obſervateur. D'ailleurs, les petites erreurs auxquelles nous avons été quelquefois expoſés dans la meſure des angles verticaux, tirent d'autant moins à conſéquence, qu'une minute de plus ou de moins dans la hauteur d'un objet, ne produit ſouvent pas une ſeconde de différence dans la réduction d'un angle à l'horizon.

Voy. art. IX.

C'eſt auſſi par cette conſidération, que lorſqu'il eût fallu trop prolonger notre ſéjour dans une ſtation, nous nous ſommes

quelquefois dispensés d'observer certains angles verticaux, dans les cas où l'on pouvoit y suppléer par le calcul, & en les déduisant d'autres angles observés ou observables dans une autre station.

La sixième Colonne de la Table représente donc les angles de hauteur & de dépression, sous lesquels se voient réciproquement l'un de l'autre les deux Signaux dont la distance est exprimée dans la Colonne précédente. Par exemple *(Triang. I, ligne 3.)* vis-à-vis de la distance marquée *P C* 9022^t,96 à la cinquième Colonne, on trouve dans une accolade *(Col. VI.)* les nombres + 4^d 20′ 29″ & — 1^d 11′ 53″ sous cette forme,

Oyambaro.	*O.* 63^d 48′ 16″	— 3″	*PC.* 9022,96	{ *P.* + 4^d 20′ 29″ *a.* *C.* — 1 11 53 *a. c.*

ce qui signifie que d'*Oyambaro* & du point *O*, d'où l'on a observé l'angle de 63^d 48′ 16″—3″ entre les Signaux *P* & *C*, distans de 9022 toises, on a pris aussi la hauteur apparente du Signal *P* de *Pamba-marca* de 4^d 20′ 29″, avec le Quart-de-cercle *a*, & l'abaissement apparent du point *C* de 1^d 11′ 53″, en prenant un milieu entre les observations des Quarts-de-cercle *a* & *c*. Les quantités affectées du signe + désignent les hauteurs, & celles qui sont précédées du signe — indiquent les dépressions.

Quand, par les raisons rapportées ci-dessus, quelque hauteur ou quelque dépression n'a pas été observée d'un certain Signal, on y a suppléé par le calcul, en la déduisant des observations faites aux stations précédentes ou suivantes; & alors, au lieu des lettres *a, b, c, d, e,* qui servent à désigner les Quarts-de-cercle *(Voy. art. IX.)*, on a averti par ces lettres *calc.* que la hauteur ou la dépression avoit été calculée.

ARTICLE

ARTICLE XIII.

Explication de la Colonne VII: Hauteurs & Abaiſſemens reſpectifs des Signaux.

A chaque angle de hauteur ou de dépreſſion, marqué dans la Colonne VI, il répond dans la Colonne VII un nombre précédé du ſigne + ou du ſigne —. Ce nombre exprime la quantité de toiſes dont le point obſervé eſt plus haut ou plus bas que la ſtation de l'Obſervateur, laquelle eſt indiquée dans la ſeconde Colonne. Par exemple, dans le premier Triangle, à la ſuite de l'angle de hauteur cotté *O* + $1^d\ 6'\ 19''$ *a. b (Colonne VI)*, on trouve ſur la même ligne, & dans la Colonne VII, le nombre 126,11 précédé du ſigne +; ce qui ſignifie que le point *O*, ou le Signal d'*Oyambaro*, dont la hauteur apparente a été obſervée du point *C*, eſt élevé de $126^t,11$ au deſſus du même point *C*, lequel déſigne le Signal de *Carabourou*, dont le nom eſt au commencement de la ligne *(Col. II)*. De même, vis-à-vis de l'angle cotté *C* — $1^d\ 11'\ 53''$ *a. c (Col. VI)*, on retrouve encore dans la Colonne VII le nombre 126,11 précédé du ſigne —; ce qui veut dire que le point *C*, ou le Signal de *Carabourou*, eſt $126^t,11$ plus bas que celui d'*Oyambaro*.

Il eſt évident qu'il en eſt de même de tout autre nombre qui exprime la différence de hauteur de deux Signaux, & qu'il doit pareillement, & par la même raiſon, ſe rencontrer deux fois dans la Colonne VII; une fois en hauteur, & une fois en dépreſſion.

On peut remarquer encore dans cet exemple, que le nombre 126,11 répond à deux angles différens; ſavoir, à l'angle de hauteur apparente d'*Oyambaro,* obſervé à *Carabourou,* de 1ᵈ 6′ 19″, & à l'angle de dépreſſion apparente de *Carabourou,* obſervé à *Oyambaro,* de 1ᵈ 11′ 53″. L'inégalité de ces deux angles, & en général celle des angles de hauteur & de dépreſſion réciproquement obſervés, eſt une ſuite de la courbure de la Terre, & de ce que ces angles ſe meſurent relativement à l'horizon de l'obſervateur, ou pluſtôt à la tangente du lieu de l'obſervation.

Il eſt aiſé de démontrer, 1° que l'angle de dépreſſion eſt toûjours plus grand que l'angle de hauteur. 2° Que ces deux angles ſont d'autant plus inégaux, que la diſtance entre les deux objets eſt plus grande. 3° Que la différence de ces deux angles, ſi elle n'étoit pas un peu diminuée par la réfraction, ſeroit préciſément égale à l'angle formé au centre de la Terre (ſuppoſée ſphérique) par les deux rayons qui ſe terminent aux points obſervés. 4° Que ce qui manque à cette différence pour égaler l'angle au centre, eſt la ſomme des deux réfractions qui ont altéré les deux angles obſervés. 5° Que quelquefois deux objets, vûs l'un de l'autre, paroiſſent tous deux réciproquement abaiſſés ſous l'horizon; & qu'alors ce n'eſt plus la différence, mais la ſomme des deux angles de dépreſſion obſervés, qui, ſauf la réfraction, eſt égale à l'angle au centre de la Terre. 6° Que l'angle vrai de hauteur d'un objet quelconque, eſt égal à l'angle de hauteur apparente, augmenté du demi-angle au centre de la Terre, & diminué de la réfraction : & réciproquement que l'angle vrai de dépreſſion eſt égal à l'angle apparent, augmenté de la réfraction, & diminué

de l'angle au centre de la Terre. 7° Que par conséquent la réfraction qui peut, sans erreur sensible, être supposée égale dans les deux angles, sera corrigée dans le calcul, en prenant pour l'angle vrai, de hauteur, ou de dépression, la demi-somme des deux angles observés. Toute cette théorie est fondée sur des démonstrations très-simples, dont je retranche le détail, qui me méneroit trop loin. Elles pourront être suppléées en partie, par l'inspection de la figure, dans laquelle *B C K* représente l'angle au centre de la Terre, supposé formé par le concours des deux rayons *B C*, *K C*, ou lignes verticales des points *B* & *A*; *b a* l'arc de la surface de la Terre au niveau de la mer, compris entre les mêmes verticales; *A Q L*, *K M B*, deux arcs concentriques au premier, & pris au niveau des points *A* & *B*; *A L*, *K B*, les cordes de ces arcs; *A E*, *B F*, les tangentes des rayons *C A*, *C B*; *E A B* l'angle de hauteur apparente du point *B*, & *L A B* l'angle de hauteur vraie du même point *B*, vû de *A*; *F B A* l'angle de dépression apparente du point *A*, vû de *B*, & *K B A* l'angle de dépression vraie du même point; *C O* une perpendiculaire tirée du centre *C* sur la corde *L A*, & qui partage l'angle *L C A* au centre de la Terre en deux parties égales. Planche I, fig. 4.

ARTICLE XIV.

Hauteurs absolues des Signaux de la Méridienne & des montagnes principales de la Province de Quito.

Les hauteurs des Signaux, rapportées dans la Colonne VII de la Table des Triangles, ne sont, comme l'indique le titre, que les hauteurs respectives, ou celles d'un Signal par rapport

à un autre; mais on peut, par de ſimples additions ou ſouſtractions, déduire de ces hauteurs relatives, la hauteur abſolue de chaque Signal au deſſus du niveau de la mer; pourvû qu'on connoiſſe d'abord celle d'un ſeul Signal. C'eſt ainſi que j'ai formé la liſte ſuivante de la hauteur abſolue de tous les Signaux de la Méridienne, en ſuppoſant que *Carabourou*, la plus baſſe de toutes nos ſtations, étoit élevée de 1226 toiſes au deſſus de la ſurface de la mer; comme je l'avois conclu dès 1740, par un très-long & très-faſtidieux calcul, fondé ſur quelques angles obſervés par M. *Bouguer* dans l'iſle de l'*Inca* ſur la rivière des *E'meraudes*, au Nord-oueſt de *Quito*; ſur quelques autres que nous avions obſervés enſemble au bourg du *Quinché*, à l'Eſt de cette même ville, &c.

M. *Bouguer*, par un calcul ſemblable, avoit d'abord déduit la hauteur abſolue de *Carabourou*, de 1214 toiſes. L'élévation de ce point au deſſus de l'iſle de l'*Inca* étoit conclue géométriquement; mais celle de l'iſle au deſſus du niveau de la mer n'étoit fondée que ſur la différence de hauteur du Baromètre, & ſur l'eſtime de la pente moyenne de la rivière des *E'meraudes*. Une autre combinaiſon des mêmes élémens, tirée de mes propres obſervations du Baromètre au bord de la mer, & des différentes vîteſſes de cette rivière, dont j'avois levé le cours en 1736, me fit juger qu'il y avoit environ douze toiſes à ajoûter à la hauteur conclue par M. *Bouguer*, à qui je fis part dans le temps de mes calculs & de ma détermination. J'ai vû dans les Mémoires de l'Académie de 1744, qu'il s'étoit arrêté au même nombre que moi.

Il n'y a aucune hauteur des Signaux de la Table ſuivante, qui ne ſoit le réſultat moyen de deux diverſes déterminations,

lesquelles ne diffèrent communément entr'elles que d'une toise, rarement de trois. Par exemple, la hauteur de 2222^{t},53 du Signal de *Pitchincha,* qui a servi à nos Triangles, est moyenne entre deux hauteurs du même Signal; l'une de 2221^{t},44, conclue par l'angle observé à *Tanlagoa;* l'autre de 2223^{t},62, déduite de l'angle observé à *Pamba-marca;* & les hauteurs de chacune de ces deux dernières montagnes ont été pareillement tirées du milieu de deux autres observations. Cette méthode, outre qu'elle me fournissoit une vérification, a dû communément me donner plus de justesse dans le résultat : car si l'une des deux observations est bonne, & qu'elles diffèrent l'une de l'autre de deux toises ; en prenant le milieu, on n'aura qu'une toise d'erreur à craindre.

L'irrégularité de la réfraction, le défaut d'observation réciproque des angles de hauteur & de dépression, & quelques erreurs accidentelles, ont donné dans une ou deux occasions jusqu'à cinq toises de différence. Dans ce cas, comme dans les autres, on a pris le nombre moyen. Il est vrai aussi que j'ai fait outre cela quelques corrections aux angles verticaux, dans deux ou trois stations; mais ce n'a été qu'après m'être convaincu par un examen scrupuleux, qu'elles étoient nécessaires, & je suis en état d'en rendre compte. D'ailleurs, ces corrections n'ont jamais passé une minute : je ne parle point de quelques erreurs manifestes de 10 minutes, que j'ai reconnues & corrigées.

Aux hauteurs des Signaux, j'ai cru devoir joindre celle des plus hautes montagnes de la province de *Quito,* qui pourroient bien être aussi les plus hautes montagnes du monde; puisque le sol qui leur sert de base est communément élevé

de 1 5 à 1 6 cens toiſes au deſſus du niveau de la mer. De là les eaux prennent leur cours vers tous les points de l'horizon, & donnent naiſſance aux rivières de *Guayaquil*, des *E'meraudes*, & à celle de *Napo*, qui a long-temps été regardée comme la principale ſource du *Maranon*, ou du fleuve des *Amazones*.

Je ne donne ici que la liſte des montagnes les plus remarquables de la province de *Quito*, de celles qui offrent le ſpectacle ſingulier de la neige dont leur ſommet eſt toûjours couvert, & au milieu de laquelle on voit, dans quelques-unes, les flammes s'ouvrir un paſſage. Il ne neige jamais à *Quito*, dont le ſol eſt à 1 5 6 0 toiſes de hauteur perpendiculaire ſur la ſurface de la mer; deux ou trois cens toiſes plus haut, la neige couvre quelquefois la terre, mais cette neige ſe fond bien-tôt; & ce n'eſt guère qu'à 2440 toiſes de hauteur qu'elle ſe conſerve ſans jamais ſe fondre: c'eſt ce que nous avons conſtamment remarqué aux environs de l'E'quateur.

Planche II, fig. 2. La Figure 2 de la ſeconde Planche eſt une coupe du terrein de la Méridienne ſur ſa longueur de plus de trois degrés. Malgré la petiteſſe de l'échelle, la courbure de l'arc du Méridien au niveau de la mer y eſt ſenſible ſur cette diſtance, & ſe diſtingue de la corde du même arc laquelle eſt auſſi tracée. La hauteur de tous nos Signaux, celle des montagnes, celle de nos deux obſervatoires aux deux extrémités de la Méridienne, & celle du ſol des trois principales villes de la province, *Quito*, *Cuenca*, & *Riobamba*, y ſont repréſentées en proportion avec leurs diſtances en latitude, & ſur la même échelle que la Carte des Triangles de la Méridienne qu'on voit immédiatement au-deſſus. L'aſpect des montagnes eſt conforme dans ce profil à celui qu'elles offrent en effet. La différence de leurs hauteurs ſe

manifeſte à la vûe dans le deſſein, & de plus on l'a exprimée en toiſes. Pour éviter la confuſion, les noms des montagnes ſont écrits au deſſus de l'arc, & ceux des Signaux le ſont au deſſous; chacun vis-à-vis d'une ligne verticale ponctuée qui répond au point déſigné. La ligne horizontale ponctuée marque la hauteur du niveau de 1440 toiſes, à laquelle la neige ne fond plus. On eût pû diviſer l'arc du Méridien, au niveau de la ſurface de la mer, de minute en minute, comme dans la carte des Triangles; on s'eſt contenté dans le profil, de marquer l'Equateur & ſes Parallèles de degré en degré.

La carte & le profil ont été réduits d'après un deſſein d'une échelle quadruple, fait ſous mes yeux dès 1740. Je réſerve pour une autre occaſion une carte de la Province de *Quito*, dreſſée avec ſoin par M. *Verguin;* à laquelle j'ai contribué pour ma part, en donnant le détail de 40 lieues de Côtes, le cours de la Rivière des *Emeraudes,* & plus de 400 relévemens.

TABLE de la hauteur des Signaux de la Méridienne de Quito *au deſſus du niveau de la mer.*

Les noms Eſpagnols ſont en caractère romain.

	toiſes.		toiſes.
Carabourou, terme nord de la première Baſe . .	1226, 00	*Milin*	1793, 82
Oyambaro, terme ſud. . .	1352, 11	*Papa-ourcou*	1828, 39
la *Tola de Cotcheſqui* .	1490, 84	*Ouango-taſſin*	2086, 29
Pamba-marca	2109, 80	*Tchoulapou*.	1952, 58
Goapoulo (le Sign. de M. *Godin)*	1541, 85	*Hivicatſou*.	1575, 09
Goamani, idem . . .	2080, 42	*Chitchitchoco*	1824, 22
Tanlagoa	1743, 37	*Moulmoul*	2006, 09
Pitchincha (le Signal).	2222, 53	*Ygoalata* ou *Goayama*	2243, 75
Schangailli.	1405, 53	*Ilmal*	1941, 77
El Coraçon (le Signal) .	2212, 18	*Dolomboc* ou *Siça-pongo*	2098, 52
Pouca-ouaïcou, Signal ſur *Koto-pacſi*. . . .	2264, 47	*Nabouço*.	1715, 98
		Amoula	1790, 31
		Zagroum.	1813, 82

	toises.		toises.
Lanlangouço	2236, 74	*Cahouapata*	1819, 97
Sénégoalap.	2172, 22	*Borma*	1614, 06
Choujaï	1958, 27	*Pongin*	1482, 69
Satcha-tian-loma . . .	2206, 28	*Pillatchiquir*	1728, 94
Sinaçaouän	2336, 84	*Ailpa-roupachca* . . .	1587, 75
Quinoa-loma	2037, 18	*Oua-oua-tarqui*, terme nord de la seconde Base.	1365, 34
Bouéran	1977, 51	*Chinan*, terme sud . .	1411, 37
Yassouai	1881, 70		

Hauteur du Sol de quelques lieux de la Province de Quito.

	toises.
Sol de *Quito*, grande place	1462
Sol de *Riobamba*	1695
Sol de *Cuenca*	1350

Hauteur des montagnes les plus remarquables de la Province de Quito, *dont les sommets sont couverts de neige, & dont la plupart ont été ou sont actuellement Volcans.*

On a désigné la position des deux premières montagnes, parce qu'elle n'est pas comprise dans la carte des Triangles, ni dans le profil de la Planche II.

	toises.
Cota-catché, à 33000 toises au nord de *Quito*	2570
Cayambé-ourcou, sous l'Equateur même, 34000 toises à l'Est de *Quito*	3030
Pitchincha, Volcan en 1539, 1577 & 1660. Son sommet oriental	2430
Anti-sana, Volcan en 1590	3020
El Coraçon, la plus grande hauteur connue où l'on ait monté .	2470
Sinchoulagoa, Volcan en 1660, communiquant avec *Pitchincha*	2570
Iliniça, présumé Volcan	2717
Koto-pacsi, Volcan en 1533, 1742 & 1744	2950
Chimbo-raço, Volcan. (on ignore l'époque de son éruption).	3220
Cargavi-raço, Volcan écroulé en 1698	2450
Tongouragoa, Volcan en 1641	2620
El Altar, l'une des montagnes appelées *Coillanès*	2730
Sangaï, Volcan continuellement enflammé depuis 1728......	2680

ARTICLE

ARTICLE XV.

Explication de la Colonne VIII: De la réduction des angles obſervés en différens plans, à l'horizon.

DEUX chaînes de hautes montagnes, diſpoſées à peu près parallèlement, à quelques lieues de diſtance l'une de l'autre, nous ont fourni la pluſpart des points d'appui de nos Triangles; c'étoit tantôt ſur le ſommet, tantôt ſur le penchant de ces montagnes, & quelquefois dans le vallon qui les ſéparoit, que nous placions nos Signaux; ſelon que la nature du terrein, & la meilleure diſpoſition des Triangles l'exigeoit. Il y a eu quelquefois juſqu'à 900 ou 1000 toiſes de différence de hauteur entre deux Signaux voiſins.

Pour déduire de ces Triangles, obſervés dans des plans ſi diverſement inclinés, la longueur de la Méridienne; il a fallu commencer par réduire chaque Triangle à un plan horizontal, & les rapporter tous à un même niveau. Cette réduction peut ſe faire par la Trigonométrie rectiligne, & par la Trigonométrie ſphérique: je me ſuis ſervi de celle-ci, qui n'a pas beſoin pour cette opération de conſidérer l'amplitude de l'arc itinéraire entre l'obſervateur & le point obſervé; & qui, par cette raiſon, procède dans le calcul des angles réduits à l'horizon, d'une manière plus ſimple, & plus indépendante de toute ſuppoſition anticipée de la figure de la Terre.

Rapporter à un plan horizontal, l'angle obſervé entre deux objets, dans un plan incliné; c'eſt la même choſe que chercher l'angle que comprendroient deux plans verticaux, qu'on feroit paſſer par ces deux objets, & par le zénith

de l'obſervateur. Or dans le Triangle ſphérique que forment ces trois points, les trois côtés ſont donnés; l'un entre les deux objets, par l'obſervation de l'angle de poſition; les deux autres, par la diſtance des mêmes objets au zénith; c'eſt-à-dire, par le complément de la hauteur obſervée de chaque objet. Par ces trois côtés connus, on aura de quoi conclurre l'angle au zénith, qui eſt le même que l'angle horizontal cherché. C'eſt de cette méthode que je me ſuis ſervi pour la réduction de tous les angles qui compoſent la Colonne VIII de la Table, dans laquelle chaque angle réduit à l'horizon eſt placé vis-à-vis de l'angle obſervé qui lui répond dans la ſeconde Colonne. Tous les élémens de cette réduction ſe trouvent auſſi ſur la même ligne dans les Colonnes précédentes.

Par exemple: on a vû que l'angle *O (Col. I, Triang. I)*, au Signal d'*Oyambaro (Col. II)*, a été obſervé de $63^d\ 48'\ 16''$ *(Col. III, fig. 3)*, — $3''$ *(Col. IV)*, entre les points *P* & *C* *(Col. V)*, c'eſt-à-dire, entre les Signaux de *Pamba-marca* & de *Carabourou*, diſtans l'un de l'autre de $9022^t,96$. Outre cela, on voit *(Col. VI)* que le point *P*, toûjours vû de *O*, a paru élevé de $4^d\ 20'\ 29''$ ſur l'horizon, avec le Quart-de-cercle *a*; & que le point *C* a paru abaiſſé de $1^d\ 11'\ 53''$ avec les Quarts-de-cercle *a* & *c*: d'où il ſuit que les diſtances apparentes des points *P* & *C* au zénith d'*Oyambaro* ſont de $85^d\ 39'\ 31''$, & de $91^d\ 11'\ 53''$. Or ces deux diſtances au zénith, & l'arc obſervé entre les deux points *P* & *C*, ſont les trois côtés connus d'un Triangle ſphérique, dont la réſolution fera trouver l'angle au zénith de $63^d\ 36'\ 50''$ *(Col. VIII.)* Cet angle eſt viſiblement le même que l'angle *O* réduit à

l'horizon; puiſque celui-ci eſt la ſection horizontale de deux plans verticaux qui paſſeroient par l'œil de l'obſervateur, & par les deux points obſervés *P* & *C*.

La ſomme des trois angles réduits s'eſt trouvée ordinairement plus grande que 180 degrés, d'une, de deux, ou de trois ſecondes: on en donnera la raiſon dans l'explication de la Colonne ſuivante. On a retranché cet excès proportionnellement ſur les trois angles, en réduiſant les ſommes à deux droits.

ARTICLE XVI.

Explication de la Colonne IX: Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carabourou.

LA neuvième Colonne de la Table repréſente la longueur des côtés de tous les Triangles, réduits au niveau de *Carabourou*, le plus bas de nos Signaux. Voici le procédé que j'ai ſuivi pour cette réduction.

Mes angles réduits à l'horizon me fourniſſoient une nouvelle ſuite de Triangles horizontaux, qui pouvoient être rapportés à un niveau quelconque. La longueur des côtés, proportionnels dans tous ces Triangles, dépendoit de celle qu'on attribueroit au premier côté. J'ai pris pour ce premier côté, & pour fondement du calcul de cette nouvelle ſuite de Triangles, la Baſe conclue de la meſure actuelle, & déjà réduite (*art. I*) au niveau de *Carabourou;* & j'en ai déduit la longueur de tous les côtés horizontaux pour ce même niveau, telle qu'elle eût été conclue des angles obſervés, ſi tout le terrein de la Méridienne eût été parfaitement uni, & à la hauteur du terme ſeptentrional de notre Baſe. De cette manière,

j'ai été diſpenſé de réduire chaque côté au niveau de l'une de ſes deux extrémités, & de rapporter enſuite à une même hauteur tous ces côtés réduits, un à un, à différens niveaux.

J'ai choiſi le niveau de *Carabourou*, par préférence à celui de tout autre Signal ; parce que ce lieu étoit la plus baſſe de toutes nos ſtations, & en même temps un des deux termes de notre première Baſe. Une ſimple opération ſuffit pour réduire la longueur du degré, priſe à la hauteur de *Carabourou,* à ſa vraie longueur, au niveau de la ſurface de la mer.

J'ai ſuppoſé dans mon calcul, que les trois angles d'un Triangle rectiligne réduits à l'horizon, formoient un autre Triangle rectiligne; ce qui n'eſt pas vrai en rigueur mathématique. Il faut en dire la raiſon, & faire voir qu'il n'y a point d'erreur ſenſible à craindre des ſuites de cette ſuppoſition.

Réduire un angle à l'horizon, c'eſt le réduire à un plan horizontal tangent à la ſurface de la Terre dans le lieu de l'obſervation. Trois angles obſervés en trois points d'une ſphère, & réduits chacun à leur horizon, ou à leur plan tangent, appartiennent à trois plans différens ; ils ne peuvent donc former un Triangle rectiligne, qui eſt eſſentiellement dans un ſeul plan.

Mais les ſommets de ces angles, les trois points par leſquels les trois plans touchent la ſphère, ſont dans la ſurface de la ſphère, & y forment un Triangle ſphérique, dont une des propriétés eſt que la ſomme de ſes trois angles eſt néceſſairement plus grande que deux droits ; auſſi dans mes calculs la ſomme des trois angles réduits a-t-elle preſque toûjours excédé 180 degrés. Cet excès a été rarement à trois ſecondes, quantité qui pourroit être négligée, puiſqu'on n'en peut guère répondre, dans la meſure d'un angle avec un inſtrument de

trois pieds de rayon; cependant au lieu de n'en tenir aucun compte, elle a toûjours été répartie ſur les trois angles, dans la réduction qui a été faite de leur ſomme totale à deux angles droits.

Par cette réduction, on a en quelque ſorte ſubſtitué au Triangle ſphérique, formé par trois arcs de grand cercle, le Triangle rectiligne formé par les trois cordes de ces mêmes arcs; & au lieu de réſoudre les Triangles réduits à l'horizon comme curvilignes, en prenant pour premier côté connu la Baſe réduite en arc *(art. I)*; on a pris pour premier côté, la corde de cette même Baſe, & on en a conclu par la Trigonométrie rectiligne les côtés ſuivans; c'eſt-à-dire, les cordes des autres arcs & non les arcs mêmes. En procédant ainſi, on a néceſſairement ſuppoſé que les cordes des petits arcs avoient entr'elles le même rapport que les arcs; mais on peut voir facilement combien cette ſuppoſition, comme celle de prendre les cordes pour les arcs, tire peu à conſéquence dans le cas préſent. Pour cela, il ſuffit de remarquer que le plus long côté de nos Triangles n'eſt que de 21000 toiſes; que réduit en arc de grand cercle, il ne vaut que 22 minutes quelques ſecondes, & qu'il n'a qu'un pied de longueur plus que ſa corde.

La Trigonométrie ſphérique a paru plus commode pour réduire à l'horizon les angles de poſition obſervés; mais il y eût eu beaucoup plus de travail, & il n'y auroit rien eu à gagner du côté de l'exactitude, à ſe ſervir de ce moyen pour chercher la valeur des côtés des Triangles réduits, en les conſidérant comme des arcs de cercles: je les ai donc pris ſans ſcrupule pour des lignes droites. Les fauſſes ſuppoſitions ne ſont à

craindre dans les calculs mathématiques, que lorſqu'elles s'y gliſſent ſans qu'on s'en aperçoive, ou lorſqu'on les admet ſans en prévoir les conſéquences : employées à propos, elles ſervent à faciliter les calculs, ſans induire en erreur.

Telle eſt la ſuppoſition de la ſphéricité de la Terre, ſur laquelle tous les calculs par la Trigonométrie ſphérique ſont fondés. Cette même ſuppoſition ne peut manquer de revenir ſouvent dans cet Ouvrage. Mais ſi un Triangle ſphérique de 20000 toiſes de côté peut, comme on vient de voir, être pris ſans conſéquence dans le cas préſent pour un Triangle rectiligne formé par ſes trois cordes ; à plus forte raiſon un petit arc d'un ſphéroïde très-peu aplati, tel qu'eſt la Terre, ſe confond-il avec l'arc correſpondant de la ſphère inſcrite ou circonſcrite.

ARTICLE XVII.

Explication de la Colonne X : Direction des côtés des Triangles par rapport à la ligne Méridienne.

LA longueur connue de tous les côtés des Triangles de la Méridienne, ni même la longueur totale de la chaîne qu'ils forment, ne peuvent ſervir à conclurre la longueur de la Méridienne, ſi l'on ne connoît la poſition de tous les Triangles par rapport à cette ligne ; c'eſt-à-dire, la déclinaiſon de leurs côtés, ou l'angle qu'ils font avec la ligne nord & ſud. Les angles réduits à l'horizon, donnent la direction reſpective d'un côté par rapport à l'autre : il ſuffiroit donc en rigueur d'avoir par obſervation la déclinaiſon d'un des côtés par rapport aux

régions du monde, pour conclurre celles de tous les autres.

Nous avons commencé par bien nous aſſurer de la déclinaiſon de notre première Baſe à l'égard de la Méridienne, en obſervant à pluſieurs repriſes à *Oyambaro*, terme auſtral de cette Baſe, l'angle compris entre le ſoleil levant ou couchant, & les Signaux de *Tanlagoa* & de *Pamba - marca*, les plus voiſins de la Baſe; & par le moyen réſultat de trois ou quatre obſervations différentes, nous avons conclu que la ligne tirée d'*Oyambaro* à *Carabourou*, c'eſt-à-dire, du terme auſtral au terme boréal de la Baſe d'*Yarouqui*, déclinoit du nord à l'oueſt de $19^{d}\ 25'$ & quelques ſecondes.

Cette direction une fois fixée ſuffit, comme on voit, pour donner celle de tous les côtés des Triangles, par la ſimple addition ou ſouſtraction des angles horizontaux, compris entre ce premier côté & les ſuivans ſucceſſivement. C'eſt la liſte de toutes ces directions, ainſi conclues par rapport à la première obſervée, qui compoſe la neuvième Colonne. Mais comme les petites erreurs, qu'il n'eſt pas poſſible de prévenir dans la meſure des angles, pourroient, en s'accumulant, cauſer après une longue ſuite de Triangles, une erreur conſidérable dans la direction des côtés; il étoit à propos de vérifier de temps en temps, par de nouvelles obſervations aſtronomiques, la poſition de quelques côtés de Triangles par rapport à la Méridienne. C'eſt à quoi nous avons eu grande attention. Nous avons profité des occaſions les plus favorables, pour obſerver dans le cours de notre travail l'angle entre le Soleil levant ou couchant, & divers côtés de Triangles; & nous avons eu la ſatisfaction de trouver que l'obſervation répondoit au calcul, quelquefois ſans différence ſenſible,

quelquefois à une minute près, tantôt en plus, tantôt en moins; ce qui n'eſt de nulle conſidération en pareille rencontre, ſurtout ſi l'on fait attention que cette différence eſt la ſomme des erreurs qui peuvent avoir été commiſes, d'une part dans une longue ſuite d'angles de poſition obſervés, & de l'autre dans une obſervation d'azimuth, très-délicate par elle-même, très-compliquée par le nombre d'élémens qui y entrent, laquelle exige le concours de deux obſervateurs, & enfin qui n'a pû le plus ſouvent ſe faire qu'à la hâte, ſans Pendule, avec beaucoup d'incommodité & de froid, ſur le ſommet d'une montagne, d'où l'on étoit toûjours preſſé de partir.

Nous avons fait enſemble, ou ſéparément, 18 ou 20 de ces obſervations d'azimuth dans la longueur de la Méridienne. Pour ce qui me regarde, j'en ai obſervé douze, ſoit ſeul, ſoit avec M. *Bouguer*, quelquefois deux ou trois dans la même ſtation; & alors j'ai pris un milieu. J'ai calculé toutes ces obſervations pluſieurs fois; je n'ai pas fait d'uſage de deux ou trois faites avec précipitation, ou lorſque le ſoleil étoit fort *ondulant*, par une réfraction irrégulière. Toutes les autres ſont employées dans la Table: on trouvera leur réſultat au deſſous de celui que donne la ſuite des angles horizontaux.

Lorſqu'on veut comparer la direction obſervée d'un côté de Triangle, à la direction conclue; on eſt ordinairement obligé de faire une réduction, à cauſe de la convergence des Méridiens. Cette réduction, quoique moins néceſſaire aux environs de l'Equateur, où les Méridiens ſont ſenſiblement parallèles, n'a cependant pas été négligée. J'ajoûte qu'elle ne devoit pas l'être; puiſque ſur la longueur des trois degrés que nous avons meſurés la direction d'un côté de Triangle, conclue par l'addition

ſucceſſive

ſucceſſive des angles horizontaux, ne laiſſe pas de différer de près de deux minutes de la direction vraie de ce même côté, lorſqu'on a égard à la convergence des Méridiens.

P repréſente le Pole Sud; *Q Quito; Q P* le Méridien de cette ville, auquel on veut rapporter la direction obſervée d'un côté *O S* d'un Triangle quelconque. *O P* eſt le Méridien de l'Obſervateur; *T O P* la tangente de ce même Méridien, laquelle en repréſente la direction au point *O.* Par la ſuite des Triangles horizontaux, qu'on a conſidérés comme dans un même plan, on a trouvé la valeur de l'angle *S O R,* entre le côté *S O* & la ligne *O R* parallèle à *Q P,* Méridien de *Quito,* & qu'on a priſe pour le Méridien du point *O.* Mais l'angle véritable, que forme le côté *S O* avec le Méridien du point *O,* eſt l'angle *S O T,* compris entre la tangente *O T* & la ligne *O R* parallèle à *Q P.* C'eſt cet angle qu'il a fallu chercher à chaque obſervation d'azimuth ; pour pouvoir comparer la direction obſervée par l'azimuth, à la direction conclue par l'addition ſucceſſive des angles horizontaux, depuis la première direction obſervée. Planche I, fig. 5.

ARTICLE XVIII.

Explication des Colonnes XI & XII de la Table: Diſtances entre les Méridiens & les Parallèles des Signaux.

LA longueur & la direction d'un côté quelconque de Triangle étant connues, on peut, de l'une de ſes extrémités, mener une perpendiculaire, de l'autre une parallèle à la

Méridienne, & former ainſi un Triangle rectangle, dont ce côté ſera l'hypothénuſe, & dont on connoîtra les trois angles. Il ſera donc aiſé de conclurre la longueur des deux autres côtés qui comprennent l'angle droit.

Ce ſont ces côtés, ou les diſtances entre les Parallèles & les Méridiens des Signaux de chaque Triangle; ou autrement, ce ſont les différences en latitude & en longitude entre les Signaux, réduites en toiſes, qui rempliſſent les Colonnes XI & XII de la Table.

Des différentes combinaiſons des nombres des Colonnes XI & XII, qui peuvent donner la diſtance entre les Signaux de *Cotcheſqui* & de *Tarqui*, tant en latitude qu'en longitude, la plus ſimple ſe fera par l'addition & la ſouſtraction des nombres marqués dans ces Colonnes en plus petits caractères.

ARTICLE XIX.

Détermination des points des Triangles de la Méridienne à l'égard de Quito.

QUITO étant non ſeulement le lieu le plus conſidérable dans le pays où nous avons opéré, mais une des plus grandes villes de l'Amérique méridionale, cette ville ſe trouvant ſituée vers le milieu de l'eſpace occupé par nos Triangles d'occident en orient; ſa latitude ayant d'ailleurs été fixée à $0^d\ 13'\ \frac{1}{3}$ au delà de la Ligne équinoctiale, par nos obſervations des Solſtices de Décembre 1736 & Juin 1737; & ſa longitude pouvant l'être exactement par un grand nombre d'immerſions & d'émerſions obſervées des ſatellites de Jupiter;

tout a concouru pour me déterminer à rapporter nos meſures au Méridien de *Quito.* J'ai choiſi, par préférence, celui de la Tour de l'Egliſe des Religieux de la *Mercy*, par la raiſon que ce point, d'ailleurs voiſin de la grande Place & du centre de la ville *(Voyez le plan de* Quito), a été déterminé par obſervation, & lié immédiatement à nos Triangles.

C'eſt par cette raiſon que je joins ici une Table, où l'on trouvera la poſition de tous les Signaux à l'égard du Méridien de la Tour de la *Mercy* de *Quito*, & de la perpendiculaire à ce Méridien. Cette perpendiculaire eſt ſi voiſine de l'Equateur, qu'elle ne diffère pas ſenſiblement d'un Parallèle à ce cercle. La Table eſt diviſée en deux parties, l'une pour les Signaux occidentaux, l'autre pour les orientaux; l'une & l'autre donnent la même diſtance entre les Signaux extrêmes de la Méridienne, *Cotcheſqui* & *Tarqui:* cette Table eſt formée par de ſimples additions ou ſouſtractions des nombres des Colonnes XI & XII de la Table des Triangles.

Pour lier *Quito* à nos Triangles, j'avois obſervé avec M. *Bouguer* divers angles à *Pitchincha*, à la maiſon de *Quito*, qui a ſervi d'obſervatoire pour l'obliquité de l'Ecliptique, & ſur une petite montagne voiſine de la ville; mais ce n'eſt qu'en s'enfonçant dans un labyrinthe de calculs qu'on peut déduire de ces angles la poſition de *Quito.* J'ai trouvé beaucoup plus court & plus ſimple de me ſervir d'un Triangle de M. *Godin*, lequel ſe termine à la Tour même de la *Mercy* de *Quito*, & dont j'ai obſervé deux angles. Cela m'a engagé à réſoudre trois Triangles de plus, & à les ajoûter à ma Table: ce ſont ceux de la dernière feuille; ils ſont, comme les auxiliaires, diſtingués par des lignes ponctuées.

TABLE des distances des Signaux à la Méridienne, & à la *réduites au niveau* de Carabourou,

Par les côtés occidentaux des Triangles.

	Distances à la Perpendiculaire de Quito.		*Distances à la Méridienne.*	
	toises.		toises.	
Quito (Tour de la *Mercy* de)	0,00	. . . .	0,00	
	7864,22		17407,42	
Pamba-marca	7864,22	boréale.	17407,42	or.
	ôtez 7019,21		ôtez 6824,96	
Oyambaro	845,01	bor.	10582,46	or.
	13967,90		954,21	
Cotchesqui	14812,91	bor.	11536,67	or.
	ôtez 413,69		ôtez 8792,19	
Tanlagoa	14399,22	bor.	2744,48	or.
	ôtez 11645,24		à soustraire de 5015,14	
Pitchincha	2753,98	bor.	2270,66	occ.
	à soustraire de 20366,10		5417,73	
El Coraçon	17612,12	australe.	7688,39	occ.
	18853,11		3481,55	
Milin	36465,23	austr.	11169,94	occ.
	16373,31		ôtez 3611,98	
Tchoulapou	52838,54	austr.	7557,96	occ.
	13127,51		1534,19	
Chitchitchoco	65966,05	austr.	9092,15	occ.
	6456,93		ôtez 2008,74	
Goayama	72422,98	austr. . .	7083,41	occ.
	12141,14		11200,46	
Dolomboc	84564,12	austr.	18283,87	occ.
	13136,59		ôtez 66,04	
Laulangouço	97700,71	austr.	18217,83	occ.
	12516,25		3232,06	
Choujaï	110216,96	austr.	21449,89	occ.
	13316,26		ôtez 2690,34	
Sinaçaouan	123533,22	austr.	18759,55	occ.
	11659,91		4980,99	
Buéran	135193,13	austr.	23740,54	occ.
	7188,82		2599,91	
Cahouapata	142381,95	austr.	26340,45	occ.
	15968,60		3890,26	
Pougin	158350,55	austr.	30230,71	occ.
	204,38		ôtez 533,45	
Ouaoua-tarqui	158554,93	austr.	29697,26	occ.
	4440,03		2820,42	
Chinan	162994,96	austr.	32517,68	occ.

Perpendiculaire sur la Méridienne de la Tour de la Mercy *de* Quito, *le plus bas de tous les Signaux.*

Par les côtés orientaux des Triangles.

	Distances à la Perpendiculaire de Quito.		*Distances à la Méridienne.*	
	toises.		toises.	
Quito (Tour de la *Mercy* de)	0,00		0,00	
Pamba-marca	7864,22	boréale	17407,42	orientale.
à soustraire de	14705,84	ôtez	10578,08	
Schangailli	6841,62	australe.	6829,34	or.
	18815,05	ôtez	4047,33	
Pouca-ouaïcou. Signal sur *Koto-pacsi.*	25656,67	austr.	2782,01	or.
	3433,82	à soustraire de	3526,15	
Papa-ourcou	29090,49	austr.	744,14	occ.
	12909,69	à soustraire de	1308,53	
Ouangotassin	42000,18	austr.	564,39	or.
	13721,57	ôtez	496,41	
Hivicatsou	55721,75	austr.	67,98	or.
	13529,81	à soustraire de	1735,34	
Moulmoul	69251,56	austr.	1667,36	occ.
	13459,70	ôtez	268,10	
Ilmal	82711,26	austr.	1399,26	occ.
	12908,67		4720,21	
Zagroum	95619,93	austr.	6119,47	occ.
	10240,11		1654,97	
Sénégoalap	105860,04	austr.	7774,44	occ.
	12179,04	ôtez	1230,18	
Sacha-tian-loma	118039,08	austr.	6544,26	occ.
	10739,78		1662,66	
Quinoa-loma	128778,86	austr.	8206,92	occ.
	11613,74		4260,56	
Yassouai	140392,60	austr.	12467,48	occ.
	14470,56		9216,42	
Borma	154863,16	austr.	21683,90	occ.
	9338,31		5399,14	
Pillatchiquir	164201,47	austr.	27083,04	occ.
	512,55		4069,66	
Ailpa-roupachca	163688,92	austr.	31152,70	occ.
	693,95		1364,92	
Chinan	162994,97		32517,62	occ.

En ajoûtant les diſtances des Signaux de *Cotcheſqui* & de *Chinan* à la Perpendiculaire de *Quito*, tirées de la Table précédente, on aura la longueur calculée de la Méridienne, entre les deux Signaux ſitués à ſes deux extrémités, & voiſins des obſervatoires de *Cotcheſqui* & de *Tarqui*, où ont été faites les obſervations aſtronomiques de l'amplitude de l'arc du Méridien.

Diſtance ſeptentrionale de la Perpendiculaire au Méridien de la Tour de la *Mercy* de *Quito*, au Signal de *Cotcheſqui*, tirée de la Table précédente, (côtés occidentaux des Triangles)	14812,91.
Diſtance auſtrale de la même Perpendiculaire, au Signal de *Chinan* près *Tarqui*, tirée de la Table précédente, (côtés orientaux des Triangles)	162994,96
Somme ou diſtance parallèle à la Méridienne entre les Signaux de *Cotcheſqui* & de *Tarqui*	177807,87

Il y a pluſieurs réductions à faire à cette meſure, pour en tirer la longueur de l'arc du Méridien, intercepté entre les obſervatoires de *Cotcheſqui* & de *Tarqui*. Cette diſcuſſion ſera le ſujet des articles ſuivans.

Il faut d'abord examiner ſi cette diſtance, conclue par un calcul fondé ſur la meſure actuelle de notre première Baſe dans la plaine d'*Yarouqui*, s'accorde avec la meſure actuelle de notre ſeconde Baſe dans la plaine de *Tarqui*.

ARTICLE XX.

Mesure de la Base de Tarqui.

LA plaine de *Tarqui,* à cinq lieues de *Cuenca,* vers le Sud, à l'extrémité australe de nos trois degrés mesurés du Méridien, sembloit nous inviter à la mesure actuelle d'une nouvelle Base, pour vérifier par son moyen, après une suite de Triangles longue de 80 lieues, la longueur calculée de leurs côtés. C'est le jugement que j'avois porté de cette plaine au premier aspect, en la traversant plus de deux ans auparavant, lors de mon voyage à *Lima* en 1737; & dès ce temps je l'avois indiquée à Mrs *Godin* & *Bouguer,* comme propre à cet usage. Cependant, quoique très-unie, elle ne laisse pas d'avoir quarante-huit toises de pente sur deux lieues; mais ce n'est que le tiers de la pente de la Base d'*Yarouqui*, comme on peut le voir par la comparaison des deux profils, que représente la planche I. Planche I, fig. 1 & 2.

A *Tarqui*, la pente n'est sensible que vers l'extrémité nord de la plaine, où elle est de 34 toises sur 660 : il y a même en un endroit un saut ou talus très-roide de plusieurs toises de haut ; mais le reste de la plaine est fort uni, sur-tout le milieu, qui forme une prairie où serpente une petite rivière. Le terrein y a si peu de pente, qu'il y a plusieurs flaques d'eau dormante, entr'autres une de plus de 250 toises de longueur dans les temps les plus secs, & que nous traversâmes dans toute sa longueur en mesurant notre Base. Il n'y avoit alors guère plus d'un pied d'eau ; & on n'enfonçoit pas jusqu'au genou dans l'endroit le plus profond. Nous fûmes dispensés, dans ce trajet, de faire usage du niveau ; les perches, avec lesquelles nous

opérions, flottoient ſur l'eau; des piquets, ou les roſeaux mêmes du marais, nous ſervoient à les aſſujétir.

Nous meſurâmes la Baſe de *Tarqui* au mois d'Août 1739; M. *Bouguer* d'un côté, ſecondé de Don *Antoine de Ulloa*, & moi de l'autre, aidé de M. *Verguin*. Nous avions, de part & d'autre, une large règle de fer, ſur laquelle étoit marquée exactement la longueur de la Toiſe de Paris, priſe avec un compas à verge ſur la Toiſe de fer que nous avions apportée de France. Par la vérification qui fut faite entre M. *Bouguer*, M. *Verguin* & moi, de la règle qui m'étoit échûe en partage, elle ſe trouva plus longue que celle qui avoit ſervi à M. *Bouguer* d'une quantité que nous évaluâmes, par différens moyens, & en prenant le milieu de nos eſtimes, à $\frac{1}{27}$ de ligne; ce qui avoit dû me faire compter une ligne de moins que lui, ſur chaque 27 toiſes; ou 1 pied 3 pouces 9 lignes ſur la longueur totale de la Baſe: en effet, je la trouvai plus longue que M. *Bouguer* de 1 pied 5 pouces 5 lignes; ce qui ne diffère du nombre précédent que d'un pouce huit lignes par excès. Par une autre comparaiſon de nos Toiſes de fer, faite quelques jours après, entre M. *Bouguer*, Don *Antoine de Ulloa* & moi, ma meſure particulière de la Baſe, au lieu d'être plus longue de 1 pouce 8 lignes que celle de M. *Bouguer*, ſe trouva de deux pouces quatre lignes plus courte; & en prenant le milieu des deux comparaiſons, nos deux meſures actuelles ne différoient que de 4 lignes.

Outre les angles obſervés de hauteur & de dépreſſion des différens points, où l'inclinaiſon du terrein changeoit ſenſiblement, j'eus ſoin, en meſurant cette Baſe, de tenir une note de la hauteur des à-plombs, quand il falloit hauſſer le niveau

des

des perches qui servoient à mesurer; ce qui m'a donné deux moyens au lieu d'un, pour tracer le profil que représente la figure.

Planche I, fig. 2.

Je prends la mesure actuelle de la Base de *Tarqui* par échelons horizontaux à différens niveaux, & moyenne entre celle de M. *Bouguer* & la mienne, de 5259ᵗ,20

De *Ouaoua-tarqui*, terme nord de cette Base, au point *U*, on a observé la hauteur apparente du point *X* à *Chinan*, terme sud de la même Base, de.	0ᵈ	27′	40″
De *X*, terme sud, on a observé la dépression de *U*, terme nord.	0	32	30
La différence des deux angles est	0	4	50
L'angle au centre de la Terre, entre les deux verticales aux extrémités d'un arc de 5259 toises, est de. .		5	33
Différence.		0	43
Demi-différence = réfraction pour chaque angle *. .			21 ½
De *U*, terme nord, le point *A*, éloigné de 200 toises, a paru bas de		55	10
Du point *G*, à 1759 toises du terme sud *X*, ce point a paru haut de.	1	11	30
Du même point *G* de dépression apparente de *U*, terme nord.		10	56

Par ces angles & par les différences de niveaux observées, j'ai conclu l'abaissement des points suivans au dessous de *X*, terme sud

	toises	pieds		toises	pieds
U	44	5	*I*	34	4
A	48	2	*K*	33	2
G	37	3	*L*	26	3
H	39	3	*X*	0	0

De toutes ces *Données*, & par un calcul semblable à celui que j'ai indiqué *(art. I.)* pour la mesure de la Base d'*Yarouqui*, j'ai conclu qu'il falloit appliquer les équations suivantes à la mesure actuelle de la Base de *Tarqui*.

* *Voyez* art. XIII.

M

1° 0t,062 à y ajoûter, pour réduire la meſure actuelle par échelons à la ligne horizontale au niveau de *Chinan*, terme auſtral de la Baſe, ou à l'arc concentrique à la Terre, lequel on ſuppoſe paſſer à la hauteur de ce terme.

2° 0t,013 à ôter de cet arc, pour le réduire à ſa corde.

3° 0t,165 à ajoûter à la longueur de la corde, pour convertir cette longueur en celle de la ligne inclinée qui meſure la diſtance d'un terme à l'autre de la Baſe.

4° 0t,30 à ſouſtraire, pour réduire la corde de l'arc, paſſant par *Chinan*, au niveau de *Carabourou*, plus bas que *Chinan* de 185 toiſes. On aura donc

Meſure actuelle de la Baſe de *Tarqui*, par marches à différens niveaux	5259t,200
	+ 0, 062
Réduite à l'arc au niveau de *Chinan*	5259, 262
	— 0, 013
A la corde du même arc	5259, 249
	+ 0, 165
A la ligne droite d'un terme à l'autre	5259, 414
Corde de l'arc au niveau de *Chinan*	5259, 249
	— 0, 300
Réduite au niveau de *Carabourou*	5258, 949

La Baſe de *Tarqui*, réduite au niveau de *Carabourou*, comme on y a réduit tous les autres côtés de Triangles, ſera donc de 5258t,949, ou de près de 5259 toiſes.

Les deux Termes extrêmes de cette Baſe répondent au centre de deux meules de moulin que j'y ai fait placer; & ſur leſquelles j'ai gravé moi-même leur diſtance mutuelle en toiſes, ſuivant la meſure actuelle, ainſi que la direction de la Baſe par rapport aux régions du monde. J'ai eu ſoin de

faire écorner ces deux pierres, pour qu'on ne fût pas tenté de les employer quelque jour à leur première destination. J'ai pris la même précaution à l'égard de celles qui sont placées au centre des fondemens de deux Pyramides que j'ai fait construire pour servir de Termes à notre première Base à *Yarouqui*, & dont j'aurai occasion de parler ailleurs.

Il reste à examiner si la toise qui a servi à mesurer la Base de *Tarqui*, est précisément la même que celle qui a mesuré la Base d'*Yarouqui*, ou de combien elle en diffère.

ARTICLE XXI.

Expériences sur les changemens de longueur d'une Toise de fer, exposée à différens degrés de chaleur.

On sait que les métaux, en passant du froid au chaud, ou d'une moindre chaleur à une plus grande, se dilatent sensiblement. Chacun de nous a cherché à reconnoître l'effet que cette cause avoit pû produire sur les instrumens qu'il a employés. Il est ici question de la Toise qui a servi à toutes nos mesures; avant que de rendre compte de mes expériences, je crois devoir dire un mot de cette Toise.

Nous avions emporté avec nous en 1735, une règle de fer poli, de dix-sept lignes de largeur sur quatre lignes & demie d'épaisseur. M. *Godin*, aidé d'un Artiste habile, avoit mis toute son attention à ajuster la longueur de cette règle sur celle de la Toise *étalon*, qui a été fixée en 1668 au pied de l'escalier du grand Châtelet de Paris. Je prévis que cet ancien étalon, fait assez grossièrement, & d'ailleurs exposé aux chocs, aux injures de l'air, à la rouille, au contact de toutes les mesures qui y sont

préſentées, & à la malignité de tout mal-intentionné, ne ſeroit guère propre à vérifier dans la ſuite la Toiſe qui alloit ſervir à la meſure de la Terre, & devenir l'original auquel les autres devoient être comparées. Il me parut donc très-néceſſaire, en emportant une Toiſe bien vérifiée, d'en laiſſer à Paris une autre de même matière & de même forme, à laquelle on pût avoir recours s'il arrivoit quelqu'accident à la nôtre pendant un ſi long voyage. Je me chargeai d'office du ſoin d'en faire faire une toute pareille. Cette ſeconde Toiſe fut conſtruite par le même ouvrier, & avec les mêmes précautions que la première. Les deux Toiſes furent comparées enſemble dans une de nos aſſemblées, & l'une des deux reſta en dépôt à l'Académie : c'eſt la même qui a été depuis portée en Lapponie par M. de *Maupertuis*, & qui a été employée à toutes les opérations des Académiciens envoyés au Cercle Polaire. Celle que nous emportâmes, & qui nous a toûjours ſervi dans le voyage, eſt reſtée à *Quito*, entre les mains de M. *Godin*, & ſera vrai-ſemblablement bien-tôt en France*; mais celle du Nord eſt revenue, & c'eſt avec elle que j'ai fait, depuis mon retour, les expériences que je vais rapporter.

J'avois déjà fait à *Quito* pluſieurs eſſais, tant ſur notre Toiſe, que ſur d'autres barres de fer, en les expoſant alternativement au froid que produit le contact de la neige, & à la plus grande chaleur du Soleil. J'en ai fait d'autres à Paris depuis mon retour, en ſuivant le même procédé. Je ſupprime ici le détail des uns & des autres. Les variétés que j'ai rencontrées, & celles qui ſe trouvent dans les réſultats de

* On a nouvelle certaine du départ de Mrs *Godin* & de *Juſſieu* le cadet, de *Lima* pour *Buenos aires* par terre au mois d'Août 1748.

tous ceux qui ont ſait les mêmes recherches, ont achevé de me convaincre qu'il y avoit peu de ſuccès à eſpérer, en employant les méthodes ordinaires pour s'aſſurer d'une auſſi petite quantité que celle dont il eſt ici queſtion. En effet, quelle que ſoit l'attention de l'Obſervateur, & même quelqu'adreſſe qu'on lui ſuppoſe à tirer parti de la loupe, du compas, &c. les petites erreurs auxquelles, de l'aveu des plus habiles Artiſtes, on eſt encore expoſé en opérant de cette ſorte, ſeront toûjours, dans le cas préſent, une partie conſidérable de la quantité qu'on ſe propoſeroit de découvrir. J'ai donc cru que le moyen le plus ſûr & le plus déciſif, pour déterminer avec préciſion de combien s'alongeoit une barre de ſer expoſée à un certain degré de chaleur, étoit celui que j'avois déjà employé heureuſement pour trouver la différence de longueur entre le Pendule à ſecondes ſous l'Equateur, & le Pendule à ſecondes ſous le Parallèle de Paris. Il n'étoit queſtion, pour cela, que de faire de la Toiſe même un Pendule, & de déduire, par le calcul, ſon alongement, du moindre nombre de ſes oſcillations dans un temps donné.

Pour cet effet, j'ai adapté à l'une des extrémités de la Toiſe de fer qui a fait le voyage du Nord, une *ſuſpenſion à couteau* ſemblable à celle de mon Pendule d'expérience que je décrirai ailleurs; & encore plus parfaite. J'ai ſuſpendu de la même manière une autre Toiſe pareille dans une chambre voiſine; en ſorte, néanmoins, qu'en ouvrant la porte de communication, je pouvois, d'un certain point, les voir oſciller toutes deux du même coup d'œil : j'ai rendu leurs vibrations iſochrones : j'ai enſuite échauffé avec un poële le lieu où j'avois renfermé la Toiſe du voyage du Nord : j'ai obſervé combien

d'oſcillations la Toiſe expoſée à l'air libre faiſoit en un temps donné; & ſur ce fondement, j'ai déterminé la diſtance de ſon centre d'oſcillation à l'axe de ſa ſuſpenſion, de $582^{lig.},56$.

J'ai remarqué enſuite combien cette Toiſe anticipoit, ou accéléroit dans ſes vibrations, ſur l'autre Toiſe, depuis que celle-ci oſcilloit dans un air où le Thermomètre de M. de *Reaumur* étoit monté de 13 degrés juſqu'à 55 au deſſus de la congélation. Par le nombre d'oſcillations dont la Toiſe échauffée tardoit ſur la Toiſe expoſée à l'air libre, j'ai conclu combien le centre d'oſcillation de la première avoit baiſſé par la chaleur, & combien la Toiſe totale s'étoit alongée. Ce n'eſt pas ici le lieu de rapporter tous les détails de trois expériences, qui ont été répétées en trois jours différens, & par divers degrés de chaleur. Il ſuffit, quant à préſent, de dire, qu'aucune n'a duré moins de ſix heures; & qu'en prenant un milieu entre les petites différences, & ayant égard à toutes les circonſtances, j'ai trouvé que la chaleur, qui faiſoit monter le Thermomètre de M. de *Reaumur* de dix parties, & qui, par conſéquent, dilatoit la liqueur de la centième partie du volume qu'elle occupe lors de la congélation de l'eau, faiſoit alonger une Toiſe de fer, ſemblable à celle qui a ſervi à nos opérations, de $0^{lig.},11\frac{1}{2}$*: en ſorte que, ſuppoſant que les degrés d'extenſion, cauſés par la chaleur dans le fer, croiſſent dans le même rapport que ceux de la dilatation de l'eſprit de vin (ce qui, dans les petites quantités, eſt aſſez conforme à l'expérience) l'alongement de notre Toiſe, qui répond à un degré du Thermomètre, ſera de $0^{lig.},0115$, c'eſt-à-dire, de plus de $\frac{1}{100}$, ou plus exactement, de $\frac{1}{87}$ de ligne.

* Les trois réſultats m'ont donné $0^{lig.},115$, $0^{lig.},118$, & $0^{lig.},119$.

Ce résultat s'éloigne beaucoup de celui des expériences que M. le Commandeur Don *George Juan* & M. *Godin* ont faites à *Quito* sur la dilatation des métaux; mais il s'accorde assez bien avec celles qu'ils firent dans le même temps sur leur condensation [a].

La conclusion qu'on tire de ces expériences dans cet ouvrage est, que l'extension du fer, causée par les augmentations de chaleur depuis le degré marqué 13 sur le Thermomètre de M. de *Reaumur*, & au dessus, est plus que double de la contraction causée par le froid, qui fait baisser la liqueur dans ce même instrument au dessous du même degré 13, jusqu'au terme de la glace, & quelques degrés plus bas. On ne peut contester des expériences plusieurs fois répétées, & qui portent le caractère de la plus scrupuleuse exactitude, telle qu'on étoit en droit de l'attendre, en pareil cas, d'observateurs aussi éclairés & aussi exercés: mais je crois avoir un moyen de concilier des résultats qui paroissent si peu conformes aux miens [b], & de les faire convenir

[a] *Observ. astronomic. y physic. Madrid 1748, lib. IV, pag. 96 y 97.*

[b] Les Thermomètres de métal, appliqués à certaines horloges, ont une marche sensiblement uniforme, & analogue, au moins dans les petites variations, à celle des Thermomètres d'esprit de vin & de mercure, tant en montant qu'en descendant. L'expérience prouve donc, ainsi que le raisonnement, que lorsque le Thermomètre de liqueur monte de dix degrés, une barre de métal ne s'alonge que d'une quantité à peu près égale à celle dont elle s'accourcit lorsque le Thermomètre baisse de dix degrés. Si donc pour les expériences rapportées dans l'Ouvrage déjà cité, la Toise de fer s'est plus alongée au Soleil à proportion, que le Thermomètre n'a monté, il faut que la Toise ait été exposée à un plus grand degré de chaleur que le Thermomètre; & c'est aussi ce qui a dû arriver, lorsqu'on a couché horizontalement la Toise de fer sur un appui de pierre, de brique, ou même sur la terre déjà échauffée par les rayons du Soleil, reçûs presque perpendiculairement à *Quito*. Il est clair que la Toise

avec mes expériences, ſans ſuppoſer gratuitement que la dilatation des métaux & leur condenſation ſuivent des loix totalement différentes ; ce qui préſente au moins l'apparence d'une contradiction.

ARTICLE XXII.

Comparaiſon de la longueur de la Toiſe lors de la meſure des deux Baſes.

PENDANT notre ſéjour dans la Province de *Quito*, nous avons remarqué que la chaleur augmentoit ou diminuoit, généralement parlant, dans la raiſon du plus ou du moins d'élévation du ſol au deſſus du niveau de la Mer.

Le niveau d'*Oyambaro*, terme auſtral de notre première Baſe, près de *Quito*, eſt inférieur au niveau de *Ouaoua-tarqui*, terme ſeptentrional de notre ſeconde Baſe, près de *Cuenca*, d'environ treize toiſes*: mais comme le terrein de la première Baſe a beaucoup plus de pente que celui de la ſeconde,

prenoit alors le plus grand degré de chaleur qui lui pût être communiqué par les rayons directs, & par les objets voiſins qui en étoient pénétrés; au lieu que le Thermomètre, & le mur vertical auquel il étoit attaché, recevoient d'autant plus obliquement les rayons du Soleil, que ceux-ci tomboient plus à plomb : le Thermomètre a donc dû moins monter à proportion, que la Règle de fer n'a dû s'étendre. Il n'en étoit pas de même dans l'expérience inverſe, lorſque le Thermomètre & la Toiſe paſſoient de l'air tempéré d'une chambre, dans la neige, dont on les couvroit tous deux également, & dont ils recevoient le même degré de froid : les degrés de condenſation du métal & de la liqueur devoient alors être à peu près proportionnels; auſſi le réſultat de cette expérience approche-t-il beaucoup de celui des miennes.

* *Voyez pages 55 & 56.*

le

le milieu de celle-ci eſt plus élevé d'environ cent toiſes que le milieu de la première. Il eſt vrai qu'une ſi petite différence de hauteur pourroit à peine produire un effet ſenſible, ſi quelques autres circonſtances locales ne s'y joignoient. Quoi qu'il en ſoit, la température de l'air dans la plaine d'*Yarouqui*, où nous meſurâmes notre première Baſe, eſt, pour l'ordinaire, plus chaude que dans la plaine de *Tarqui*, où nous meſurâmes la ſeconde.

Cela poſé, il ſemble que la Toiſe de fer, à laquelle nous rapportions nos meſures, auroit dû ſe contracter, du moins un peu, à *Tarqui;* & par conſéquent, que nous aurions dû compter un plus grand nombre de toiſes, en meſurant cette plaine, que ſi notre Toiſe de fer eût conſervé la même extenſion qu'à *Yarouqui.* Je ſuis néanmoins porté à croire qu'elle s'eſt pluſtôt alongée que racourcie dans le temps de la meſure de notre ſeconde Baſe à *Tarqui;* & voici les raiſons ſur leſquelles je me fonde.

Quand je dis que la plaine d'*Yarouqui* eſt ſenſiblement plus chaude que celle de *Tarqui;* cela doit s'entendre de la partie inférieure de la plaine d'*Yarouqui*, du côté où elle s'approche de *Carabourou*, terrein aride & ſablonneux, & le plus chaud de tout le canton.

C'eſt en partant de ce lieu, où étoit fixé le terme ſeptentrional de la Baſe, que nous commençâmes, M. *Bouguer* & moi, à en meſurer la longueur, en montant vers *Oyambaro*, d'où M. *Godin* avoit commencé ſa meſure en deſcendant vers *Carabourou.* Il ſe paſſa pluſieurs jours ſans que nous pûſſions, M. *Bouguer* & moi, comparer les perches de bois que nous poſions ſur le terrein, à la Toiſe de fer qui avoit ſervi à

les étalonner. Cette opération s'étoit faite précédemment à *Oyambaro,* terme auſtral de la Baſe, plus élevé de 126 toiſes que *Carabourou,* terme boréal, & ſitué au pied d'une montagne, dans une température d'air aſſez froide; juſques-là que nous y avons vû pluſieurs fois le matin, le Thermomètre ne marquer que trois ou quatre degrés au deſſus du terme de la glace; c'eſt-à-dire, près de vingt degrés moins qu'il ne marquoit ordinairement l'après-midi à *Carabourou.* Nous étions à peu près au tiers de notre meſure en montant, lorſqu'il nous arriva d'*Oyambaro* une Règle de fer de cinq pieds, laquelle, ainſi que nos perches, y avoit été ajuſtée ſur la Toiſe apportée de France. Nous comparâmes les jours ſuivans les perches à cette Règle: cela ſe faiſoit le matin avant que de nous mettre au travail, & dans le temps le plus froid de la journée. Comme nous approchions chaque jour d'*Oyambaro,* bien-tôt après nous allâmes nous y établir; & ce fut en ce lieu même que ſe firent déſormais les comparaiſons à la Toiſe originale. Nous eſſuyâmes alors des vents, de la pluie, & un temps aſſez froid, tandis que la difficulté du terrein, qui, vers cette extrémité de la Baſe, nous obligeoit à prendre des à-plombs preſque à chaque pas, retardoit encore notre marche. On peut donc ſtatuer que la Toiſe, à laquelle ont été rapportées nos meſures priſes ſur le terrrein, lors de nos opérations de la Baſe d'*Yarouqui,* eſt, à très-peu près, la Toiſe du climat d'*Oyambaro,* c'eſt-à-dire, celle d'un lieu où la hauteur moyenne du Thermomètre différoit très-peu, & peut-être par défaut, de celle des caves de l'Obſervatoire de Paris, laquelle répond dans le Thermomètre de M. de *Reaumur,* à $10^d \frac{1}{2}$ au deſſus de la congélation.

À *Tarqui*, nous n'avions point de Thermomètre; mais le temps fut très-beau pendant toute la durée de la meſure de cette ſeconde Baſe : nous opérâmes dans la ſaiſon la plus chaude de l'année, & nous étions ſouvent en ſueur. Nous faiſions porter avec nous une Toiſe étalonnée de fer brut, à laquelle nous comparions tous les jours nos perches ſur le terrein même, à l'ombre à la vérité; mais en plein jour, & quelquefois à l'heure de la plus grande chaleur. Enfin, le jour que nous paſſâmes le marais, dont j'ai parlé plus haut, nous finîmes notre journée par meſurer plus d'un quart de lieue les pieds dans l'eau, ou dans un terrein où nos perches, imbibées d'eau, dûrent, comme l'expérience le fait voir, s'alonger conſidérablement; & la nuit nous ayant ſurpris dans cette occupation, ce ne fut que le lendemain que nous pûmes les comparer à la Meſure de fer: or il eſt viſible qu'elles devoient alors avoir perdu, en ſe ſéchant, une partie de leur extenſion.

Non ſeulement les faits que je viens d'alléguer me ſont très-préſens; je les trouve même détaillés ſur mon Journal d'obſervations. La circonſtance ſeule d'avoir meſuré l'eſpace de 600 toiſes, dans l'eau juſqu'à mi-jambes, ſans reſſentir ni incommodité, ni la plus légère impreſſion de froid, ſuffit pour faire juger, par comparaiſon à d'autres expériences, que le Thermomètre devoit être alors à 20 degrés, & peut-être plus, au deſſus du terme de la glace: d'où je conclus, que la hauteur moyenne du Thermomètre, pendant la meſure de notre Baſe à *Tarqui*, étoit au moins de 16 à 17 degrés, c'eſt-à-dire, plus grande de 6 à 7 degrés qu'à *Oyambaro;* que par conſéquent la Toiſe de fer, & les perches de bois dont cette Toiſe a ſervi à fixer la longueur dans la plaine de

Tarqui, étoient plus longues que celles qui nous avoient servi dans la plaine d'*Yarouqui*; & qu'enfin cet alongement, en nous faisant compter moins de mesures, a dû nous faire trouver la Base de *Tarqui* plus courte, que si la Toise n'eût souffert aucune variation depuis la mesure de la première Base.

L'équation que cette observation me fournit, tendroit à rapprocher la valeur conclue, de celle qui a résulté de ma mesure actuelle de cette même Base; mais je me contenterai de n'appliquer aucune équation, ni en plus, ni en moins, pour la diversité de la température des deux terreins. En effet, quoi qu'il en soit de la discussion précédente, & sans entrer dans un détail, peut-être trop scrupuleux, il est certain, & on ne peut nier, 1° Que nous n'ayons éprouvé, en mesurant la Base d'*Yarouqui*, un moindre degré de chaleur que l'ordinaire, vû la saison pluvieuse alors, & notre plus long séjour dans le voisinage d'*Oyambaro*. 2° Que le temps sec & chaud qu'il fit lorsque nous mesurâmes à *Tarqui* la seconde Base, n'ait adouci le petit froid qu'on y ressent ordinairement: d'où il s'ensuit généralement, que ces deux températures, déjà assez peu différentes par elles-mêmes, doivent au moins s'être approchées, si elles n'ont pas même empiété, pour ainsi dire, l'une sur l'autre; & qu'ainsi on peut, sans inconvénient, les supposer égales. Enfin, soit qu'on prenne un terme moyen entre les plus grands degrés de chaud & de froid que nous avons éprouvés dans les plaines d'*Yarouqui* & de *Tarqui*, & qui sont à peu près 2 & 26 degrés au dessus du terme de la glace dans le Thermomètre de M. de *Reaumur*; soit qu'on s'en tienne au milieu entre 10 $\frac{1}{2}$ & 16 $\frac{1}{2}$ degrés, qui marquent les deux températures moyennes que je viens d'assigner aux

terreins des deux Bases, pour le temps où nous les avons mesurées, on aura à très-peu près le degré 13 au dessus de 0; & c'est précisément celui que le Thermomètre de M. de *Reaumur* marquoit à *Paris* en 1735, lorsque notre Toise de fer fut étalonnée sur celle du Châtelet par M. *Godin.*

Ce degré de chaleur peut être pris pour celui de la température moyenne de l'air en France, & me dispense par conséquent de toute réduction sur la longueur de notre mesure, pour la variation de la Toise par la différence des climats de *Paris* & de *Quito.*

ARTICLE XXIII.

Comparaison de la mesure actuelle de la Base de Tarqui *à sa longueur calculée.*

LA mesure actuelle de la Base de *Tarqui*, réduite au niveau de *Carabourou*, a été trouvée de 5258^t,949, c'est-à-dire, de près de 5259 toises; & par une suite de Triangles, dont le premier côté est la Base d'*Yarouqui*, sa valeur a été conclue de 5260^t,03. Cette différence d'une toise & quelques pouces, entre la mesure actuelle & le résultat du calcul, deviendroit moindre par l'équation qui convient à la diverse température des terreins des deux Bases, conformément aux remarques de l'Article précédent: mais comme ces remarques, toutes fondées qu'elles sont, n'ont été faites qu'après coup, & qu'on pourroit imaginer que je n'en ferois usage que parce qu'elles favoriseroient l'accord de notre mesure actuelle de la Base de *Tarqui* avec la valeur de cette même Base, conclue par le calcul de mes Triangles, je m'abstiendrai d'employer l'équation qu'elles pourroient me fournir.

J'aurois auſſi pû réduire la différence, d'une toiſe à une demi-toiſe, en employant le calcul d'une autre ſuite d'angles, dans lequel j'ai ſubſtitué à quelques-uns de nos Triangles principaux les Triangles auxiliaires, repréſentés par des lignes ponctuées. Mais ayant fait réflexion, que nous avions trois meſures différentes des mêmes Triangles, indépendantes l'une de l'autre, exécutées avec différens inſtrumens, & par divers Obſervateurs; enfin n'ayant pas jugé que mon ſyſtème de Triangles auxiliaires, où il n'y en avoit que ſept de nouveaux, fût aſſez différent du premier pour mériter le nom de nouvelle Suite de Triangles, j'ai ſupprimé dans cet Ouvrage le calcul que j'en avois fait, & j'abandonne encore l'avantage que j'en pourrois tirer, pour rapprocher mon réſultat de la meſure actuelle de la Baſe de *Tarqui.* A quoi bon, en effet, chercher à concilier cette différence; puiſque ſi nous avons été ſouvent d'accord dans la toiſe, & quelquefois dans le pied, ſur une longueur de 15 à 20 mille toiſes, concluе par des obſervations faites avec différens Quarts-de-cercle; il faut avouer qu'il nous eſt auſſi quelquefois arrivé, malgré toutes nos précautions, de trouver par les différentes meſures d'une même Suite de Triangles, des différences de deux, ou de près de trois toiſes ſur une pareille longueur, comme il s'en trouve, dans le cas préſent, une d'une toiſe ſur 5260 toiſes, entre la meſure actuelle & la meſure concluе?

Planche II, fig. 1.

Je ne ferai donc point de vains efforts pour diſſimuler une légère erreur, de laquelle il n'eſt pas poſſible de répondre ſur un auſſi grand nombre d'opérations combinées. Quand le calcul s'accorderoit parfaitement avec la meſure actuelle de la ſeconde Baſe, tout ce qu'on ſeroit en droit d'en conclurre,

c'eſt que les erreurs ſe ſeroient probablement compenſées. Après une ſuite de 32 Triangles, qui meſurent une diſtance de quatre-vingts lieues, une toiſe ſeule de différence ſur le dernier côté eſt peut-être plus propre à ſervir de preuve de l'exactitude des opérations, que de raiſon pour douter de leur juſteſſe.

Avant que de paſſer outre, il ne ſera pas hors de propos d'examiner quel changement cette différence d'une toiſe ſur la Baſe de *Tarqui* doit apporter à la longueur totale de la Méridienne.

ARTICLE XXIV.

Si toute erreur d'obſervation, qui fera trouver trop long le dernier côté conclu des Triangles de la Méridienne, doit auſſi néceſſairement faire trouver trop longue la Méridienne calculée.

CETTE queſtion ne peut être décidée que par la conſidération des élémens qui entrent dans la détermination des deux quantités dont on ſe propoſe d'examiner la relation; quantités, qui ſont dans le cas préſent, la Baſe de *Tarqui*, & la longueur conclue de la Méridienne.

Quant à la recherche de la longueur de la Baſe de *Tarqui*, ainſi que de celle de chaque côté de Triangle de la Méridienne, on y a toûjours procédé par une analogie de cette eſpèce. Le ſinus de l'angle oppoſé au côté précédemment connu, eſt à ce côté; comme le ſinus de l'angle oppoſé au côté cherché, eſt à ce dernier côté. Il s'enſuit déjà de là, que chaque côté peut être exprimé par une fraction qui ait pour numérateur le produit de la première Baſe meſurée à *Yarouqui*, par les ſinus de tous

les angles opposés aux côtés successivement conclus; & pour dénominateur, les produits des sinus de tous les angles opposés aux côtés qui ont servi à conclurre. On en peut encore tirer cette conséquence, que la longueur de la Base de *Tarqui* dépend de la grandeur des sinus des angles opposés à tous les côtés qu'on a conclus dans le calcul des Triangles précédens, & de la petitesse des sinus des angles opposés à ceux d'où on a conclu.

Quant à la longueur de la Méridienne, elle a été déduite de l'addition de ses différentes portions; & chacune de ces portions l'a été d'une analogie différente de la précédente, & où l'on a considéré cette portion comme côté d'un Triangle rectangle fictice, dont le côté conclu du Triangle observé étoit l'hypothénuse.

Tout ceci, tant ce qui regarde les côtés conclus des Triangles observés, que ce qui a rapport au calcul des portions correspondantes de la Méridienne, deviendra plus clair par un exemple.

Planche I, fig. 6. Je choisis le Triangle XVII de la Méridienne. Je suppose d'abord que dans ce Triangle représenté par DIZ, le côté DI ait été conclu par la résolution des Triangles précédens: je veux en déduire,

1° La longueur du côté IZ. 2° La longueur de la portion correspondante $\iota\zeta$ de la Méridienne.

Pour trouver la valeur de IZ, je fais cette analogie $\textit{sin.}\, Z : DI :: \textit{sin.}\, D : IZ$; d'où je tire $IZ = \frac{DI \times \textit{sin.}\, D}{\textit{sin.}\, Z.}$. Or au lieu de DI qui se trouve dans cette expression, on peut substituer sa valeur tirée d'une semblable analogie, qui, dans le Triangle précédent, a servi à conclurre DI: & ainsi

ainſi ſucceſſivement en remontant de Triangle en Triangle juſqu'à *CO*, première Baſe meſurée à *Yarouqui (Triang. I)*. Subſtituant donc de cette ſorte toutes les valeurs trouvées des côtés précédemment conclus, & nommant *a, b, c, d, e, &c.* les ſinus des angles oppoſés aux côtés conclus, α, β, γ, δ, ϵ, &c. les ſinus des angles oppoſés aux côtés qui ont ſervi à conclurre, on aura à la fin $IZ = \frac{CO \times a \times b \times c \times d \times e, \&c.}{\alpha \times \beta \times \gamma \times \delta \times \epsilon}$.

De même, ſi au lieu de la valeur du côté *IZ* on cherchoit celle du dernier côté des Triangles de la Méridienne, c'eſt-à-dire, de la Baſe de *Tarqui (Triang. XXXII)*, on auroit

Baſe de *Tarqui* $= \frac{CO, \text{ Baſe d'}Yarouqui, \times a \times b \times c \times d \times e \ \&c.}{\alpha \times \beta \times \gamma \times \delta \times \epsilon \ \&c.}$ avec 33 termes au numérateur, & un de moins au dénominateur.

Quant à la portion correſpondante $\iota\zeta$ de la Méridienne, c'eſt-à-dire, à la portion compriſe entre les perpendiculaires $I\iota$, $Z\zeta$, tirées des points *I* & Z ſur la Méridienne, on la trouvera en tirant par le point *I* une parallèle Iz à la Méridienne, & en formant le Triangle rectangle IZz, dont le côté *IZ* connu par l'analogie précédente, ſera l'hypothénuſe; ce qui donnera cette autre analogie, *ſin. total* : ZI : : *ſin.* IZz : $Iz = \iota\zeta$, d'où l'on tirera $\iota\zeta = \frac{ZI \times \text{ſin. } IZz}{\text{ſin. total}}$.

Il s'enſuit de là, que la longueur conclue d'une portion quelconque $\iota\zeta$ de la Méridienne, laquelle correſpond à un côté de Triangle obſervé, dépend tout à la fois, de la grandeur de ce côté, & de la grandeur du ſinus de l'angle IZz, complément de l'angle que fait ce même côté avec la Méridienne.

Il entre donc dans la détermination de la longueur des portions de la Méridienne, telles que $\iota\zeta$, un nouvel élément qui n'a contribué en rien à la détermination des côtés des Triangles obſervés ; & c'eſt l'angle $Z\,I\,z$ que le côté IZ fait avec la Méridienne. S'il étoit poſſible de ſuppoſer cet angle exempt d'erreur, ſous prétexte que nous avons ſouvent vérifié, par des obſervations d'azimuth, la direction du côté IZ, par rapport aux régions du monde, dès-lors l'autre angle aigu du Triangle rectangle, feint ſur ce même côté, ſeroit auſſi exempt d'erreur; le côté IZ de ce même Triangle rectangle, ou la portion correſpondante $\iota\zeta$ de la Méridienne, laquelle lui eſt égale, ne pourroit plus varier que proportionnellement à IZ; & par conſéquent l'alongement de chaque portion de la Méridienne ne dépendroit plus que des mêmes cauſes d'où s'enſuit l'alongement du côté correſpondant des Triangles obſervés. Mais cette ſuppoſition renfermeroit une ſorte de contradiction, en ce que toute erreur dans les angles des Triangles obſervés, doit, à moins d'une compenſation nullement vrai-ſemblable, en entraîner une dans l'angle que les côtés de ces Triangles font avec la Méridienne; puiſqu'on ne découvre la valeur de ce dernier angle, par exemple, de l'angle $Z\,I\,z$, qu'en faiſant à l'angle de la première Baſe avec la Méridienne, des additions & des ſouſtractions ſucceſſives d'autres angles obſervés.

La grandeur de chaque côté de Triangle, & celle de chaque portion de Méridienne, correſpondante à un côté, dépendent donc de deux ſortes d'élémens; les uns particuliers à l'une de ces grandeurs excluſivement; les autres communs à toutes les deux, mais qui ſe combinent de manières

très-différentes dans la détermination de ces mêmes grandeurs. A moins donc que de parcourir toutes les ſuppoſitions poſſibles, tant ſur le nombre & la diſpoſition des Triangles, que ſur la diverſe combinaiſon des erreurs d'obſervation dans les angles, & d'en examiner tous les réſultats; on ne ſauroit être en état de conclurre en général, que l'excès de longueur de la dernière Baſe calculée, doive entraîner un excès dans le calcul de la longueur de la Méridienne.

Mais, ſi, reſtreignant la queſtion à notre Méridienne préciſément, on a égard aux circonſtances particulières de notre meſure, telles que la diſpoſition de nos Triangles, dont la ſuite s'écarte peu de la direction de la Méridienne, leur forme oxigone, aſſez approchante, pour l'ordinaire, de l'équilatérale &c; ces reſtrictions feront qu'on aura beaucoup moins de cas à examiner, pour ſe décider ſur la queſtion propoſée. Enfin l'accord de nos différentes Suites de Triangles, & des différentes meſures d'une même Suite par divers obſervateurs & avec divers inſtrumens, donnera aux erreurs d'obſervation des limites étroites, qui augmenteront beaucoup la probabilité des concluſions qu'on aura tirées.

Après d'aſſez longues recherches, auxquelles j'ai appliqué la théorie de M. *Cotes* *, je me ſuis convaincu, que dans le plus grand nombre de cas, pris abſtraitement, & ſur-tout dans le plus grand nombre de ceux qui ſont applicables à nos Triangles, l'alongement qu'une erreur dans l'obſervation de quelque angle, produit dans un côté conclu par le calcul, emporte néceſſairement l'alongement de la portion correſpondante de la Méridienne calculée; d'où il s'enſuit que dans

* *De æſtimatione errorum in mixtâ matheſi.*

la totalité de ces mêmes cas, il entraîne cet alongement avec une très-grande probabilité.

La forme que je me suis prescrite dans cet ouvrage ne me permet pas d'entrer ici dans le long détail d'une discussion géométrique qui n'a rien d'attrayant; & je crois que le lecteur me saura d'autant plus de gré de la lui épargner, que lorsqu'on veut, dans le cas présent, rendre générales les propositions démontrées, & éviter les équivoques, l'énoncé des théorèmes devient souvent presqu'aussi long & quelquefois aussi difficile à entendre que la démonstration même.

Je me bornerai donc à la considération suivante. Il n'est pas à présumer, que l'excès de longueur d'une toise, trouvé par le calcul sur la mesure actuelle de la Base de *Tarqui*, provienne des seules erreurs commises dans l'observation des angles du dernier Triangle, ou même dans l'observation des angles des seuls Triangles qui précèdent immédiatement le dernier. Il faudroit pour cela supposer dans ces angles des erreurs trop considérables, sur des angles où, par les précautions dont on a rendu compte, ce seroit beaucoup, pour l'ordinaire, que de supposer 10 secondes d'erreur. Il y a donc toute apparence que la plupart des côtés calculés des Triangles antérieurs, qui ont servi à conclurre la Base de *Tarqui*, ont péché plus ou moins en excès, c'est-à-dire, ont été conclus trop grands. Mais nous venons de voir que l'alongement d'un côté de Triangles a dû produire le plus souvent l'alongement de la portion correspondante de la Méridienne: la plupart des portions de la Méridienne doivent donc très-vrai-semblablement avoir été conclues trop longues, & à bien plus forte raison cela doit-il être de la

Méridienne totale qui en eſt la ſomme.

Je conclus, en répondant directement à la queſtion que je me ſuis propoſée ; que toute erreur d'obſervation qui feroit trouver par le calcul le dernier côté d'une ſuite de Triangles plus long qu'il ne l'eſt réellement, ne fera pas néceſſairement, & dans tous les cas, attribuer trop de longueur à une ligne qui traverſeroit cette ſuite de Triangles, comme la Méridienne fait ici ; mais que dans le cas dont il eſt queſtion, il y a un très-haut degré de probabilité, ce qui fait preſque une certitude morale, que la même cauſe d'erreur qui a fait trouver la Baſe de *Tarqui* plus longue par le calcul que par la meſure actuelle, nous a fait auſſi conclurre notre Méridienne plus longue qu'elle ne l'étoit en effet. Il ne reſte plus qu'à évaluer cet excès.

ARTICLE XXV.

De combien une différence d'une toiſe ſur la Baſe de Tarqui *doit changer la longueur de la Méridienne.*

Il y a un nombre infini de ſuppoſitions d'erreurs poſſibles qui feroient toutes trouver par le calcul la Baſe de *Tarqui* trop longue d'une toiſe.

Comme il n'y a point de raiſon abſolument déciſive pour préférer l'une de ces ſuppoſitions à l'autre, il eſt à propos de prendre un milieu entr'elles : & ce milieu ſe peut chercher par différentes voies.

On pourroit ſuppoſer, mais gratuitement & ſans aucune vrai-ſemblance, que tous les angles qui précèdent le Triangle ſur la Baſe de *Tarqui,* ſont exempts d'erreur, & que l'erreur d'une toiſe, ou de $\frac{1}{5000}$, qu'on a trouvé de trop dans le

calcul de cette Bafe, n'a été commife que dans les angles de ce dernier Triangle. Il eft clair, qu'en ce cas, la Méridienne calculée ne feroit alongée par cette erreur que dans fa portion correfpondante à la Bafe de *Tarqui*, & d'une quantité plus ou moins grande, fuivant l'angle de cette Bafe avec la Méridienne ; de forte que l'alongement total de la Méridienne, ou l'excès de fa longueur calculée fur fa longueur véritable feroit d'une toife, fi la Bafe de *Tarqui* étoit dirigée du Nord au Sud, ou parallèlement à la Méridienne; qu'il fe réduiroit à 0, fi la direction de la Bafe coupoit la Méridienne à angles droits, & qu'il eft d'environ cinq pieds, parce que cette Bafe décline en effet de la Méridienne de 32 degrés 25 minutes.

On pourroit également fuppofer, que toute l'erreur procède des angles du premier Triangle fur la première Bafe; que le premier côté conclu a été trouvé trop long de $\frac{1}{5000}$ & que tous les angles fuivans ont été bien obfervés. Dans cette fuppofition, tous les côtés auroient été alongés, ainfi que le premier côté & dans le même rapport : & le dernier qui eft la Bafe de *Tarqui*, ayant environ 5000 toifes, le calcul lui eût donné une toife de trop; par conféquent 35 à 36 toifes de trop à la Méridienne, c'eft-à-dire à peu près $\frac{1}{5000}$ de fa longueur totale, laquelle diffère peu de 180000 toifes.

Ces deux fuppofitions s'éloignent également de la vrai-femblance, & par des chemins directement oppofés. On peut donc les regarder comme deux cas extrêmes, & comme des efpèces de limites. Si on prend le milieu des deux réfultats entre une toife & 36, on aura environ 18 toifes pour l'excès de la Méridienne calculée fur la véritable.

Effayons une autre fuppofition. Que l'erreur ait commencé

dès les premiers Triangles: qu'elle ait été d'abord très-petite: qu'elle ſe ſoit enſuite accrue inſenſiblement toûjours dans le même ſens, juſqu'à produire un peu plus d'une toiſe ſur le dernier côté, long de 5260 toiſes, & qui eſt ici la Baſe de *Tarqui*; la quantité dont le calcul feroit trouver en ce cas la Méridienne totale trop longue, ſeroit à peu près égale à la ſomme d'une progreſſion arithmétique croiſſante, de 36 termes; dont le premier ſeroit preſque = 0, & dont le dernier ſeroit de près d'une toiſe. Or ſi l'on fait la ſomme des termes de cette progreſſion, on la trouvera égale à près de 18 toiſes; c'eſt-à-dire, au nombre déjà trouvé en prenant un milieu entre les deux ſuppoſitions précédentes; & en effet, la dernière de ces ſuppoſitions ne pouvoit manquer de donner la moitié du réſultat de celle qui a fait trouver 36 toiſes pour l'alongement total de la Méridienne; le cas de la première pouvant être repréſenté par un parallélogramme, qui, ſur une longueur donnée, auroit pour hauteur une toiſe, & celui de la ſeconde, par un Triangle de même Baſe & de même hauteur, & par conſéquent moitié du parallélogramme.

ARTICLE XXVI.

Autres manières de trouver l'équation de la longueur de la Méridienne pour une toiſe de différence ſur la longueur de la Baſe.

DANS la vûe de faire de notre Baſe de *Tarqui* l'uſage naturel auquel elle étoit deſtinée; & pour donner à cette Baſe, qui avoit été meſurée avec le même ſoin que celle d'*Yarouqui*, & ſur un terrein plus favorable, autant de part qu'à la pre-

mière dans la détermination de la longueur du degré; voici le plan que j'avois ſuivi en faiſant mes premiers calculs de la Méridienne, en 1739 & 1740. Je pris pour fondement de ce calcul la Baſe meſurée à *Yarouqui, (Tr. I),* & je réſolus tous les Triangles ſuivans vers le Sud, juſqu'au Triangle XIV, & au côté terminé par les Signaux de *Moulmoul* & d'*Ygoalata*, lequel eſt ſitué aſſez exactement au milieu de la longueur de notre arc de trois degrés. Je commençai enſuite un nouveau calcul, en partant de la Baſe meſurée de *Tarqui* à l'extrémité ſud de la Méridienne; & prenant la meſure actuelle de cette Baſe pour premier côté, je réſolus, en remontant vers le Nord, tous les Triangles juſqu'au même côté de *Moulmoul* à *Ygoalata,* déjà conclu par la Baſe d'*Yarouqui.* Je trouvai alors ce côté plus court d'environ une toiſe que par le premier calcul; ce qui provenoit de la même cauſe qui me fait trouver aujourd'hui la Baſe de *Tarqui* plus longue que la meſure actuelle. Enfin je pris pour la vraie longueur de ce côté, la longueur moyenne entre les deux qui avoient été conclues par les deux différentes Baſes, ne voyant pas plus de raiſon de déférer à l'une qu'à l'autre.

Planche II, fig. 1.

Ce procédé me donne un moyen de corriger les côtés intermédiaires des Triangles des deux moitiés de la Méridienne. Je prends pour exemple ſa moitié ſeptentrionale depuis *Moulmoul* juſques à *Cotcheſqui.* Je regarde la diſtance corrigée de *Moulmoul* à *Yoagolata* comme une troiſième Baſe meſurée réellement: je calcule ſur la longueur de cette nouvelle Baſe, les Triangles qui s'y appuient ſucceſſivement, en remontant vers le Nord, juſqu'à celui qui ſe trouve à moyenne diſtance entre *Moulmoul* & *Cotcheſqui,* au quart de la Méridienne du côté du Nord, par exemple, juſqu'au côté auſtral du Triangle VIII, entre les

les Signaux de *Milin* & de *Papa-ourcou :* je compare la longueur de ce côté, trouvée par ce nouveau calcul, à celle qui avoit été trouvée en premier lieu en partant de la Baſe d'*Yarouqui*, & qui étoit un peu moindre : je prends le milieu des deux longueurs concluës pour la vraie ; & je regarde cette diſtance, ainſi corrigée, comme une quatrième Baſe. Celle-ci me ſert de même à corriger un autre côté à moyenne diſtance entre celui-ci & la Baſe d'*Yarouqui ;* & ainſi de ſuite, je corrige ſucceſſivement tous les côtés des Triangles, & à proportion les parties correſpondantes de la Méridienne ; je prends la ſomme de celle-ci, pour avoir la longueur totale corrigée, & je trouve encore la Méridienne plus courte de 18 toiſes que par le premier calcul. Ce procédé, quoique très-différent en apparence des précédens, me donne préciſément le même réſultat ; & il doit le donner, puiſqu'il renferme tacitement la ſuppoſition précédente d'une erreur accrue uniformément & du même ſens.

Enfin une autre manière fort ſimple de conſidérer la choſe, & de faire pareillement ſervir la meſure actuelle de la Baſe de *Tarqui* à la correction de la longueur de la Méridienne, trouvée par le premier calcul fait ſur la Baſe d'*Yarouqui*, ce ſeroit de faire un calcul rétrograde, dont la Baſe de *Tarqui* calculée ſeroit le fondement ; puis de déduire de ce nouveau calcul la longueur de la Méridienne, de la même manière qu'on l'avoit d'abord déduite de la meſure actuelle de la Baſe d'*Yarouqui;* & de prendre enfin pour longueur vraie de la Méridienne la longueur moyenne entre les deux qu'on auroit concluës par ces deux différentes voies. On voit que par ce procédé, les deux meſures des deux Baſes auroient également part

à la détermination de la longueur de la Méridienne & à celle de la longueur du degré; mais il n'eſt pas même néceſſaire pour cela de faire effectivement ce nouveau calcul; on peut s'en épargner l'embarras, & cependant en trouver le réſultat par les conſidérations ſuivantes.

Le calcul fait ſur la meſure actuelle de la première Baſe, qui eſt celle d'*Yarouqui*, a fait conclurre la longueur de la ſeconde Baſe, c'eſt-à-dire, de la Baſe de *Tarqui*, d'une toiſe de plus ſur 5000, qu'on ne l'a trouvée par la meſure actuelle; je néglige ici les fractions: & par le même calcul on a conclu la longueur totale de la Méridienne, comme on a vû *art. XVIII*, de près de 177808 toiſes. Si donc on refaiſoit le calcul, en rétrogradant de la ſeconde Baſe conclue à la première, il eſt évident qu'on retrouveroit la vraie valeur de la première Baſe, & la même longueur de la Méridienne: & ſi dans cette nouvelle ſupputation on prenoit pour fondement, non la ſeconde Baſe conclue, mais ſa vraie longueur, telle que la donne la meſure actuelle, c'eſt-à-dire, une longueur moindre d'une toiſe ſur 5000, que celle qu'on lui avoit attribuée; il n'eſt pas moins clair qu'on trouveroit tous les côtés de Triangles plus courts proportionnellement, ou de $\frac{1}{5000}$ plus courts que par le calcul précédent. Il en ſeroit de même de toutes les parties correſpondantes de la Méridienne, & par conſéquent de la longueur totale de cette Ligne. Et comme la cinq-millième partie de 177808 toiſes eſt environ 36 toiſes, la longueur totale de la Méridienne ſeroit donc par ce nouveau calcul de 177808 toiſes — 36.

Si l'on prend enſuite le milieu des deux longueurs, l'une de 177808 toiſes, conclue par le calcul fait ſur la meſure

actuelle de la première Baſe, l'autre de 177808^t — 36, qu'on trouveroit en refaiſant le calcul ſur la meſure actuelle de la ſeconde Baſe, on aura pour meſure moyenne 177808^t — 18; c'eſt-à-dire, 18 toiſes de moins que ce qu'on avoit trouvé par le premier calcul.

Nous revenons donc toûjours à une même concluſion: & en effet les ſuppoſitions précédentes, & ce nouveau procédé, ne diffèrent point dans le fond; & ce ne ſont qu'autant de divers aſpects du même objet. Cette manière de le conſidérer eſt peut-être la plus ſimple de toutes; mais elle ne s'eſt préſentée à moi que la dernière.

J'ai ſuppoſé une toiſe entière d'erreur ſur la Baſe de *Tarqui*, concluë par la ſuite du calcul de mes Triangles, depuis la Baſe d'*Yarouqui*, quoique j'euſſe, comme je l'ai remarqué, différens moyens de réduire cette quantité à une beaucoup moindre. J'ai regardé cette différence d'une toiſe comme le produit d'une ſuite d'erreurs toûjours croiſſantes, & dans le même ſens; ſuppoſition qui paſſe les bornes de la vrai-ſemblance. Cependant tout ce qui s'enſuivroit de là, c'eſt qu'il y auroit près de 18 toiſes, ou $\frac{1}{10000}$, à retrancher de la longueur totale de notre arc du Méridien de trois degrés ſept minutes, c'eſt-à-dire, moins de ſix toiſes par degré: or qu'eſt-ce que ſix toiſes, quand on conſidère que chaque ſeconde d'erreur ſur l'amplitude de l'arc, quantité plus petite que celle dont aucune induſtrie humaine ait pû juſqu'ici répondre en pareil cas, produit néceſſairement une erreur de ſeize toiſes?

La différence de ſix toiſes par degré, qui réſulte de l'examen précédent, ne ſert donc qu'à prouver combien les erreurs qu'on peut commettre dans la meſure géodéſique d'une Méridienne

tirent peu à conſéquence, ſur-tout quand on opère avec autant de précautions que nous en avons apportées; & combien il ſeroit à deſirer qu'il en fût de même des erreurs auxquelles on eſt expoſé dans la meſure aſtronomique : c'eſt-là une réflexion qui ſe préſente ſans ceſſe, & elle a été faite par tous ceux qui ont un peu médité ſur cette matière. Au reſte, je n'ai employé dans mes Tables de Triangles que le calcul direct fait ſur la meſure de la Baſe d'*Yarouqui;* afin que toutes les parties de ce calcul euſſent une dépendance mutuelle, & que l'on pût voir ce que les petites erreurs accumulées dans une ſuite de 32 Triangles produiroient de différence ſur le dernier côté. Je n'ai regardé le calcul fait par les deux Baſes, que comme un moyen naturel de corriger la longueur de la Méridienne, & j'en ai ſupprimé tout le détail pour éviter la prolixité.

Je me ſuis un peu étendu ſur cette équation à la meſure de la Méridienne, par deux raiſons; la première, que la choſe appartenoit très-directement à mon ſujet, puiſqu'il étoit queſtion du changement qu'il y avoit à faire à la première valeur du degré conclu de mes opérations; la ſeconde, que j'ai eu lieu de croire que je ne ſerois pas prévenu par M. *Bouguer* ſur ce point, comme je pourrai l'avoir été ſur beaucoup d'autres; ayant jugé par ce qu'il a publié l'année dernière dans les Mémoires de l'Académie 1744 *(page 287)* qu'il ne diſcutoit point cette queſtion, & ne faiſoit point de correction à la longueur de ſa Méridienne conclue : & en effet il pouvoit d'autant plus s'en diſpenſer, qu'il n'a trouvé entre ſon calcul & la meſure actuelle de la longueur de notre ſeconde Baſe que deux ou trois pieds de différence; au lieu que par le mien j'ai trouvé une toiſe, & que j'ai voulu voir ce qui

s'ensuivroit, en laissant subsister entièrement cette différence, quoique j'eusse pû la diminuer de moitié.

ARTICLE XXVII.

Détermination de la longueur de l'arc compris entre les deux Observatoires, au Nord & au Sud de la Méridienne.

PAR la Table des distances des Signaux à la Méridienne & à sa Perpendiculaire, qui se croisent au centre de la Tour de la *Mercy* de *Quito*, on a trouvé *(article XIX)* que la somme des distances des Signaux de *Cotchesqui* & de *Chinan* à cette Perpendiculaire, étoit de 177807^t,87 : cette distance étant réduite au niveau de *Carabourou*. Telle est la longueur de la Méridienne, trouvée par le calcul; mais il y a plusieurs corrections à y faire, & plusieurs équations à y appliquer, pour la réduire à la longueur vraie de l'arc du Méridien, compris entre les Parallèles à l'Equateur, qui passent par les observatoires de *Cotchesqui* & de *Tarqui*, puisque ces observatoires étoient situés à quelque distance des Signaux.

Premièrement, il y a 18 toises à retrancher de la longueur totale, pour la correction expliquée dans l'article précédent.

Secondement, il faut ajoûter 25 toises, pour réduire le point du Signal de *Cotchesqui* au centre de l'observatoire de même nom ; savoir, 10 $\frac{1}{2}$ toises, pour la quantité dont le lieu où répondoit le centre de notre Secteur à *Cotchesqui* en 1740, étoit plus septentrional que le Signal, & 14 $\frac{1}{2}$ toises, dont le Secteur de M. *Bouguer* étoit encore plus reculé vers le Nord lors des observations simultanées à la fin de 1742, & au

commencement de 1743, qui ſont celles dont je tirerai la valeur du degré.

Troiſièmement, le Signal de *Chinan,* terme auſtral de la Baſe de *Tarqui,* étoit plus ſud que le lieu où nous obſervâmes à *Tarqui,* de 856 toiſes & demie; ainſi que nous l'avons déterminé géométriquement avec beaucoup de préciſion, par un Triangle formé exprès, dont un côté étoit une portion même de la Baſe de *Tarqui,* actuellement meſurée: il faut donc ſouſtraire cette quantité de la diſtance précédemment trouvée.

Enfin, il y a encore environ huit toiſes à retrancher, pour la quantité dont la Perpendiculaire tirée de l'obſervatoire de *Tarqui* ſur le Méridien de *Quito,* s'écarte du Parallèle de *Tarqui* ſur la diſtance de 31344 toiſes, dont cet obſervatoire eſt éloigné de ce Méridien vers l'occident. Cette dernière correction eſt la ſeule qui ait beſoin d'être expliquée.

Planche I, fig. 7.

Soit PQp le Méridien de *Quito*: ſoit Q la Tour de la *Mercy,* par où je fais paſſer le Méridien de cette ville: ſoit C notre obſervatoire ſeptentrional *Cotcheſqui,* & PCp ſon Méridien: ſoit T notre obſervatoire auſtral *Tarqui,* & PTp le Méridien de cet obſervatoire. *Cotcheſqui,* lieu de nos obſervations ſeptentrionales, n'étant éloigné de l'Equateur EA que de deux minutes, la Perpendiculaire $CH,$ tirée de *Cotcheſqui* ſur le Méridien de *Quito,* ſe confondra avec le Parallèle de *Cotcheſqui;* mais *Tarqui* étant éloigné de 3 degrés 5 minutes de l'Equateur, la Perpendiculaire $TI,$ tirée de l'obſervatoire T ſur le Méridien $PQI,$ s'écarte du Parallèle $TKR,$ de la quantité $IK,$ qui eſt l'excès de l'hypothénuſe Tp du Triangle ſphérique pTI ſur le côté pI du même Triangle, dans lequel on connoît trois choſes: l'hypothénuſe $Tp,$ complément de ET latitude

de *Tarqui;* l'angle droit *TIp* oppoſé à l'hypothénuſe; & le côté *TI*, ou la Perpendiculaire tirée de *T*, obſervatoire de *Tarqui*, ſur la Méridienne de *Quito*, laquelle eſt de 31344 toiſes *, & peut être priſe pour un arc de grand cercle, ou même de l'Equateur à cauſe de ſa proximité. On peut auſſi réduire *TI* en degrés & minutes, ſur le Parallèle de ſa latitude $3^d\ 5'$; ce qui donnera l'angle *TpI* au Pole, & un nouveau moyen de réſoudre le Triangle. Enfin on trouvera que *KI*, ou *Tp*—*pI* eſt égal à 8 toiſes, qu'il faut retrancher, comme nous l'avons dit, de la longueur de l'arc meſuré, lequel, toute réduction faite, ſera de 176950 toiſes.

Voici le calcul de toutes ces différentes équations.

Somme des diſtances calculées des Signaux de *Cotcheſqui* & de *Chinan*, à la Perpendiculaire au Méridien de la Tour de la *Mercy* de *Quito*, trouvée art. XIX, & réduite au niveau du plus bas Signal....	$177807^t,87$
Equation ſouſtractive de $\frac{1}{10000}$, expliquée articles XXV & XXVI.	17,78
Donc, diſtance corrigée des Signaux de *Cotcheſqui* & de *Chinan*, meſurée parallèlement à la Méridienne . .	177790,09
Ajoûtez pour la quantité, dont le centre du Secteur en 1740 à *Cotcheſqui* étoit plus nord que le Signal. . .	10,56
Plus, pour la quantité, dont à la fin de 1742 & au commencement de 1743, lors des obſervations ſimultanées, le Secteur étoit plus nord qu'en 1740. . .	14,50
	177815,15
Retranchez, à cauſe que le Signal de *Chinan* étoit plus ſud que le centre de l'obſervatoire de *Tarqui*. . .	856,71
Reſte	$176958^t,44$

* Le Signal de *Chinan*, terme auſtral de la Baſe de *Tarqui*, eſt, par la 1re Table art. XVIII, $32517^t,68$ à l'occident du Méridien de *Quito* : d'où ôtant $1173^t,67$, dont l'obſervatoire de *Tarqui* eſt plus oriental que le Signal de *Chinan* par le calcul mentionné *(page précéd.)*, il reſte 31344 toiſes pour la différence des Triangles du Méridien de *Quito* & de l'obſervatoire de *Tarqui*.

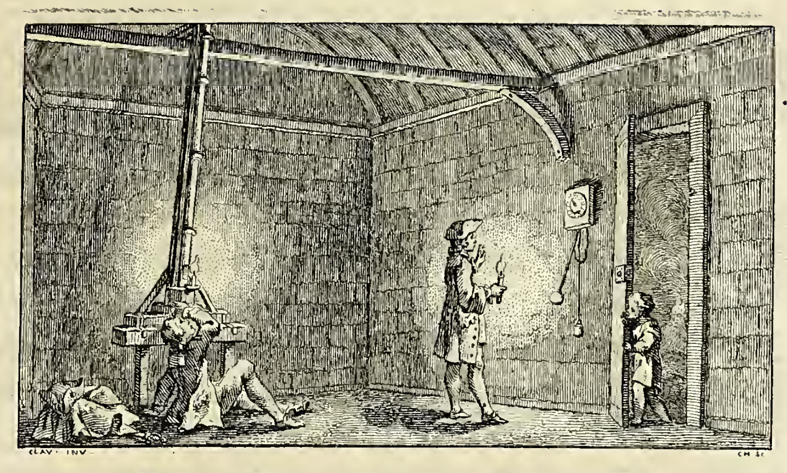
Somme des diſtances des deux obſervatoires de *Cotcheſqui* & de *Tarqui* à la Perpendiculaire au Méridien de *Quito*	176958^{t},44
Otez *KI*, écart de *TI*, Perpendiculaire tirée de l'obſervatoire de *Tarqui* à la Méridienne de *Quito*, ou quantité dont *TI* s'écarte ſur une diſtance de 31344 toiſes du Parallèle *TKR* de *Tarqui*	7,97
Diſtance des Parallèles des deux obſervatoires de *Cotcheſqui* & de *Tarqui*, réduite au niveau de *Carabourou*, 1226 toiſes au deſſus du niveau de la mer. . .	176950,47

Il reſteroit à réduire cette diſtance au niveau de la mer: mais comme cette réduction n'eſt importante que pour la valeur du degré, je remets à la faire après la détermination de l'amplitude de l'arc meſuré du Méridien, ce qui ſera le ſujet de la Seconde Partie; & je me contente de tirer de tout ce qui a été expoſé dans la première, la concluſion ſuivante.

La longueur totale de la Méridienne, meſurée géométriquement, & réduite au niveau du plus bas de nos Signaux, 1226 toiſes au deſſus du niveau de la mer, eſt donc, toute réduction faite, de 176950 toiſes.

Fin de la première Partie.

MESURE



MESURE
DES
TROIS PREMIERS DEGRÉS DU MÉRIDIEN
AU DELA DE L'ÉQUATEUR.

SECONDE PARTIE.
MESURE ASTRONOMIQUE DE L'ARC DU MÉRIDIEN,
OU
DÉTERMINATION DE LA VALEUR DE L'ARC CÉLESTE Qui répond à la Meſure géométrique.

APRÈS avoir déterminé, par des meſures actuelles & par le ſecours de la Trigonométrie, la longueur d'un Arc du Méridien terreſtre, il reſte à connoître l'amplitude de cet

Arc; c'eſt-à-dire, quelle portion il eſt de la circonférence de la Terre, ou combien il contient de degrés, de minutes, & de ſecondes.

L'Aſtronomie ſeule nous en fournit les moyens, & le plus ſimple eſt de faire aux deux extrémités de l'Arc, dont la longueur eſt déjà connue par les meſures trigonométriques, l'obſervation de la diſtance de quelqu'étoile au zénith. Il eſt évident que la différence des deux diſtances obſervées, ou leur ſomme, ſi l'étoile eſt entre les deux zéniths, ſera la valeur de l'Arc du Méridien, compris entre les deux obſervatoires.

C'eſt ainſi que nous avons déterminé l'amplitude de notre Arc, par un grand nombre d'obſervations réitérées à *Tarqui*, à *Cotcheſqui*, & même à *Quito*. Cette ſeconde Partie eſt deſtinée à rendre compte de ces obſervations, & à en tirer les conſéquences, quant à la valeur du degré du Méridien.

ARTICLE I.

De l'ancien Secteur apporté de France; des changemens qui y furent faits pour le rendre propre aux nouvelles obſervations.

AU mois de Mai 1739, dans le temps que nous étions prêts de terminer notre Meſure géométrique, à laquelle les trois Académiciens avoient travaillé conjointement & d'un commun accord, M. *Godin* déclara qu'il étoit réſolu de faire à part ſon obſervation aſtronomique, avec un nouvel inſtrument d'un plus grand rayon que celui que nous avions apporté

de France, & qui nous avoit ſervi en 1736 & 1737 à l'obſervation de l'obliquité de l'Ecliptique.

Nous reſtâmes, M. *Bouguer* & moi, en poſſeſſion de l'ancien Secteur de 12 pieds de rayon, lequel nous parut d'une grandeur ſuffiſante pour déterminer l'amplitude de l'arc du Méridien dont nous avions meſuré la longueur. Nous convînmes ſeulement de faire à cet inſtrument les changemens néceſſaires & convenables, pour corriger les défauts que nous avions remarqués dans ſa conſtruction & ſon uſage, en obſervant les Solſtices.

Il étoit à propos de commencer par ſupprimer le limbe de 30 degrés, qui déſormais n'étoit plus qu'un poids inutile, & de lui ſubſtituer un nouveau limbe qui pût contenir 4 à 5 degrés; cet arc étant ſuffiſant pour meſurer les diſtances au zénith des étoiles que nous nous propoſions d'obſerver.

Notre première attention ſe porta enſuite à éviter de tracer ſur ce limbe des diviſions en degrés & en minutes, opération toûjours ſujette à une grande incertitude, lors même qu'elle eſt pratiquée par l'Artiſte le plus habile. C'eſt à quoi nous réuſsîmes, guidés par les réflexions ſuivantes. Au lieu du grand appareil de cercles, de lignes & de points, qu'exige la graduation ordinaire d'un inſtrument d'Aſtronomie, nous n'avions beſoin dans le cas préſent, où nous ne cherchions qu'une diſtance au zénith, que d'un ſeul arc terminé par deux points. La diſtance verticale de l'étoile que nous étions convenus d'obſerver étoit déjà à peu près connue par les Quarts-de-cercle ordinaires, & par la ſeule carte de nos Triangles : ainſi nous pouvions, parmi les arcs un peu plus grands ou un peu plus petits que celui qui meſuroit la diſtance de l'étoile au

zénith, choiſir l'arc dont la corde ſeroit une partie aliquote du rayon. Quant à la petite quantité en plus ou en moins, dont cet arc différeroit de la vraie diſtance verticale cherchée, le Micromètre nous donnoit un moyen facile de la meſurer. Tel eſt l'eſprit de la méthode qui nous a mis en état de nous paſſer d'une diviſion en degrés & minutes; & même de ſuppléer avec avantage à cette graduation. Je détaillerai ailleurs le procédé & l'opération.

Ce ne fut qu'à *Cuenca*, vers la fin d'Août 1739, & après avoir terminé notre meſure de la Baſe de *Tarqui*, que nous penſâmes ſérieuſement à la conſtruction du nouveau Secteur, en mettant en exécution les différentes idées qui s'étoient préſentées, & qui depuis pluſieurs mois faiſoient le ſujet ordinaire de nos converſations dans les intervalles de notre travail, pour la meſure des angles de la Méridienne. Il fut d'abord queſtion de changer l'ancienne ſuſpenſion de cet inſtrument. En 1736 & 1737, lors de l'obſervation de l'obliquité de l'Ecliptique, il n'étoit porté que par un genou monté ſur un pied de Quart-de-cercle ordinaire, & qui n'avoit aucune proportion avec la grandeur d'un rayon de 12 pieds. Il y avoit ſur cela deux partis à prendre: l'un de rendre le Secteur mobile ſur le pivot d'un axe vertical de douze pieds, & cet axe ne pouvoit guère être que de bois dans un pays où le fer eſt précieux: l'autre, de ſuſpendre l'inſtrument par le centre même de l'arc, de la manière qui ſera expliquée dans l'article ſuivant. Je fus d'avis de donner la préférence à ce dernier moyen, comme le plus facile; peut-être n'eſt-il pas le plus ſûr: quoi qu'il en ſoit, il fut adopté pour lors.

M. *Bouguer* ſe chargea de conduire dans l'exécution le

ſieur *Hugo,* notre Horloger, très-capable déjà par lui-même de conſtruire, & même d'imaginer un nouvel inſtrument. J'aſſiſtai dans les commencemens deux ou trois fois à ſon travail; je haſardai même quelques avis: mais ayant jugé qu'en pareil cas la multitude des conſeils pouvoit être plus préjudiciable qu'utile, je réſolus dès ce moment de m'abſtenir d'en donner; & je me trouvai bien-tôt après dans l'impoſſibilité de partager ce ſoin avec M. *Bouguer.* Nous nous vîmes alors expoſés à un danger plus preſſant que celui de nous tromper de quelques ſecondes. Non ſeulement nous courûmes tous riſque de la vie dans l'émeute populaire du 29 Août 1739, dont la Relation a été publiée*; mais les auteurs du tumulte cherchant à ſe juſtifier, attaquèrent notre honneur, & je me trouvai obligé de le défendre. Les procédures judiciaires en divers Tribunaux, les ſeules lettres à l'Audience Royale de *Quito,* au Gouverneur de la Province, au Viceroi, & celles qu'il me fallut écrire dans le même temps en France, ne m'euſſent pas laiſſé aſſez de temps pour ſuivre de près la conſtruction de notre inſtrument, ni les préparatifs de notre obſervation aſtronomique; mais rien n'étoit moins néceſſaire, puiſque M. *Bouguer* s'en étoit chargé, & que je m'en rapportois plus à lui qu'à moi-même.

Il reſte à donner la deſcription de notre nouveau Secteur.

La planche III le repréſente en perſpective tout monté, & tel que je le deſſinai d'après nature, dans le temps de nos premières obſervations à *Tarqui* en 1739. Je prêtai dans le même temps mon deſſein à M. *Verguin,* qui en fit une copie pour M. *Bouguer.* Planche III.

* Lettre ſur l'émeute populaire excitée à *Cuenca* au Pérou contre les Académiciens, &c. *Paris, M. DCC XLVI.*

ARTICLE II.

Description du Secteur.

NOTRE Secteur, dans sa nouvelle construction, n'étoit plus composé que de trois pièces principales ; d'un limbe de cuivre, d'un rayon formé d'une barre ou règle de fer qui joignoit le limbe au centre, & d'une pièce qui portoit le centre & se terminoit en un segment de sphère ou portion de boule par laquelle l'instrument étoit suspendu.

A B est une règle longue de deux pieds, large d'un pouce & demi, & de deux à trois lignes d'épaisseur. Cette règle étoit de cuivre, & appliquée avec des cloux de même matière, rivés sur une bande de fer *a b*, garnie par derrière d'une règle de chan a b. On s'étoit dispensé de donner au limbe une courbure circulaire ; mais sa largeur verticale étoit suffisante pour contenir la courbure d'un arc de cercle de sept à huit degrés. Au milieu de la bande de fer *a b*, qui soûtenoit le limbe, étoit attachée avec des tenons & des vis l'extrémité inférieure *C* d'une règle plate de fer *CD*, large de trois pouces, épaisse de deux lignes, & longue de douze pieds. Cette règle formoit le rayon du Secteur, & servoit à lier le limbe avec le centre de l'instrument : elle est représentée brisée dans la figure, pour éviter de donner à la planche trois fois autant de hauteur qu'elle en a, comme l'eût exigé sans cela, la proportion des parties du dessein. La règle *C D* étoit de deux pièces, lesquelles, au milieu de la longueur du rayon, se recouvroient l'une l'autre de quelques pouces, & s'unissoient par le moyen de plusieurs tenons & clavettes chassées à force : cette

même barre *C D* avoit auſſi une règle de chan *J J J* qui lui étoit adoſſée dans toute ſa longueur, pour la contenir & l'empêcher de s'arquer.

L'extrémité ſupérieure du même rayon s'élargiſſoit vers *D*, & recevoit ſur ſa face antérieure, aplatie & limée en retraite, une pièce de cuivre *E F G*, avec laquelle elle étoit aſſemblée par trois fortes vis *e e e*. Un peu plus haut, la pièce de cuivre étoit percée en *I* d'un trou diſpoſé pour recevoir un cylindre de même matière, fait au tour, & qui ſervoit de centre à l'inſtrument. Ce centre ne différoit en rien de celui d'un Quart-de-cercle ordinaire. La même pièce de cuivre *E F* ſe prolongeoit en *G*, & prenoit une forme conique qui ſe terminoit par le haut en un ſegment de ſphère, ou portion de boule, laquelle étoit embraſſée par un carcan ou collier *K*, pratiqué à l'extrémité d'une potence de fonte *K H*, avec ſon ſupport *L*: le tout fermement arrêté à une poutre de l'obſervatoire. La partie ſupérieure du carcan *K* étoit évaſée, pour recevoir & laiſſer rouler librement la demi-boule qui y étoit engagée. Cette demi-boule, qui faiſoit les fonctions du genou dans les planchettes d'Arpenteur, ſervoit de point de ſuſpenſion à l'inſtrument; & par ſon moyen il pouvoit facilement ſe tourner & s'incliner en tout ſens.

La bande de fer *a b*, ſur laquelle le limbe *A B* étoit rivé, portoit à ſa partie inférieure deux pièces ſaillantes *M M*, ou tenons plats qui ſervoient à retenir le Secteur dans la ſituation qu'on vouloit lui donner. Ces deux tenons étoient reçûs dans les fentes ou couliſſes de deux taſſeaux de fer *m m*, enchaſſés dans une pièce de bois *O O*, & pouvoient y être mûs parallèlement au plan du limbe par le moyen de deux vis *n n*,

qui agiſſoient en ſens contraire; & qui, en conduiſant doucement l'un ou l'autre des deux tenons *M*, faiſoient mouvoir le Secteur ſur ſon centre dans le plan du limbe, & donnoient toute la facilité poſſible de changer l'inclinaiſon de l'inſtrument, d'une auſſi petite quantité qu'on vouloit.

La pièce de bois *O O*, à laquelle étoient fixés les deux taſſeaux à couliſſes *m m*, étoit couchée ſur un banc ſolide *Q Q*, dont les pieds étoient enfoncés en terre de quatre pieds de profondeur; aux deux bouts de ce banc étoient arrêtés deux crampons de fer *R R* en forme de double équerre ou d'étriers, ſous leſquels paſſoit la pièce qui portoit les barres des taſſeaux. Ces étriers étoient garnis chacun de trois vis, une en avant *S*, une en arrière *s*, & l'autre en deſſus *t*: les premières ſervoient à mouvoir doucement la pièce de bois, parallèlement à elle-même, en avant & en arrière, ſuivant qu'on en avoit beſoin pour caler l'inſtrument. Les vis *t t* d'au deſſus de chaque étrier ſervoient à la comprimer ſur le banc, & à la fixer dans la ſituation qu'on lui avoit une fois donnée: les deux premières vis *S s*, deſtinées principalement à la faire changer de direction, concouroient auſſi à l'aſſujétir dans celle où on vouloit la fixer.

La lunette *X Y* étoit embraſſée par des fourchettes de fer rivées ſur le rayon *C D*. *W* repréſente le Micromètre adapté à la lunette pour meſurer les minutes & ſecondes, dont la diſtance de l'aſtre au zénith étoit, ou moindre, ou plus grande que la moitié de l'arc * $\alpha\ \omega$ tracé ſur le limbe. Enfin *P* déſigne le poids ſuſpendu librement par un cheveu ou un fil de *Pite* *I E D C* au centre *I* de l'inſtrument.

* On expliquera dans l'article ſuivant pourquoi l'arc tracé ſur le limbe étoit double de la diſtance de l'aſtre au zénith.

ARTICLE

ARTICLE III.

De l'Obſervatoire de Tarqui. *Détermination de la valeur des parties du Micromètre. Préparatifs communs à toutes nos obſervations de l'amplitude de l'Arc.*

LE 29 Septembre 1739, je me rendis de *Cuenca* à *Tarqui*, où M. *Bouguer* & moi choisîmes le lieu qui nous parut le plus propre pour faire notre obſervation aſtronomique. C'étoit une grande pièce au raiz-de-chauſſée, nouvellement bâtie, & deſtinée à faire la chapelle d'une maiſon de campagne à cinq lieues au Sud de *Cuenca*, & à un quart de lieue du terme auſtral de la ſeconde Baſe que nous venions de meſurer.

Le lendemain 30, nous examinâmes la valeur des parties du Micromètre de la lunette de douze pieds qui devoit être appliquée au Secteur. Pour cet effet nous nous tranſportâmes à une extrémité de la Baſe déjà meſurée; & ayant fait placer à l'autre extrémité deux mires, éloignées l'une de l'autre de 80 pieds, ſur une ligne qui faiſoit avec la Baſe un angle droit, & qui, par conſéquent, à la diſtance où nous étions de 5260 toiſes, étoit le ſinus d'un angle de $8' \, 43'' \frac{2}{3}$, nous trouvâmes que cet angle répondoit à 1196 parties du Micromètre, ſelon l'eſtime de M. *Bouguer*, & à 1193 ſelon la mienne. Nous prîmes le milieu entre ces deux nombres, & nous conclûmes que mille parties étoient la corde d'un angle de $7' \, 18'' \, 24'''$. Sur ce fondement, je fis une Table de la

R

valeur des parties du Micromètre, & elle m'a ſervi depuis pour toutes les obſervations où la même lunette a été employée, tant cette année, que les ſuivantes. On voit par cette Table, qu'une partie du Micromètre répondoit à 26 tierces; c'eſt-à-dire, qu'il falloit preſque trois parties pour faire une ſeconde; & cette quantité étoit, comme on vient de le voir, toute la différence que nous avions trouvée ſur un angle de près de neuf minutes, M. *Bouguer* & moi, avec des yeux fort diverſement conformés.

Le premier Octobre, on commença à diſpoſer la charpente qui ſoûtenoit le toit de notre Obſervatoire, pour recevoir les pièces de fer & de fonte deſtinées à ſuſpendre le Secteur. Je laiſſai M. *Bouguer* à *Tarqui* occupé de ces préparatifs, & j'allai le 2 à *Cuenca*, pour les affaires dont j'ai parlé, & pour faire finir le limbe de notre Secteur. Le ſieur *Hugo* le porta le 4 à *Tarqui*, où j'arrivai le 6 à midi, & où je trouvai l'inſtrument monté. Tout étoit prêt de notre part pour l'obſervation, lorſque le Ciel ſe couvrit de nuages, & ſe déroba pendant un aſſez long temps à nos regards.

L'arc que M. *Bouguer* avoit tracé s'étoit trouvé, vû l'examen qu'il en avoit fait après l'avoir terminé par deux points, plus grand que la dix-huitième partie du rayon, d'une petite quantité que M. *Bouguer* avoit évaluée.

Le 8, aidé de M. *Verguin*, je remeſurai ce même arc, & je vérifiai le rapport de ſa corde au rayon; non que j'euſſe le moindre ſcrupule ſur la juſteſſe d'une opération où M. *Bouguer* avoit donné tous ſes ſoins, & dans laquelle même il avoit été ſecondé par M. *Verguin*, le ſieur *Hugo*, & un autre aide adroit & intelligent; mais parce que me trouvant chargé de la

même commiſſion que M. *Bouguer*, je me crus obligé de m'aſſûrer par moi-même de tous les faits dont j'étois reſponſable, pour en pouvoir dépoſer comme témoin oculaire. Je trouvai l'excès du rayon ſur la corde de l'arc, répétée dix-huit fois, le même, à $\frac{1}{12}$ de ligne près, que M. *Bouguer* l'avoit eſtimé, & nous prîmes un milieu entre nos deux déterminations. Les jours ſuivans, nous travaillâmes à régler la Pendule par des hauteurs correſpondantes, & à déterminer, puis à vérifier, par pluſieurs obſervations, une Méridienne qui étoit marquée par un filet de cheveux noués bout à bout, tendu d'un mur de l'Obſervatoire à l'autre, dans une longueur de plus de 20 pieds.

Les deux extrémités de ce fil, chargées chacune d'un poids ſuffiſant pour tendre le cheveu, portoient ſur deux crampons de fer, où l'on avoit fait un trait de lime, qui ſervoit de repaire pour placer le fil toûjours au même endroit: le cheveu ainſi tendu dans l'alignement de la Méridienne, ſervoit à diriger le limbe du Secteur dans le plan du Méridien; il ſuffiſoit pour cela de rendre le limbe parallèle au fil. Cette opération ſe faiſoit par le moyen des vis de régie *s, S,* qui ſervoient à changer la direction du limbe; & le cheveu le raſoit à une ſi petite diſtance, qu'on pouvoit, à la vûe ſeule, juger du paralléliſme. Cependant, pour nous en aſſurer avec plus de préciſion, nous nous ſervions d'une échelle de lignes parallèles très-fines, tirées à un quart de ligne de diſtance les unes des autres, & tracées ſur le dos d'une carte à jouer. On préſentoit le côté de cette carte alternativement aux deux extrémités du limbe, immédiatement au deſſous du cheveu; & on examinoit à laquelle des lignes tracées il répondoit. On ne pouvoit guère ſe tromper d'une demi-diviſion, ou de $\frac{1}{4}'$, ce qui, vû la longueur du limbe de

Planche III.

25 pouces, nous aſſuroit de ſa direction, au moins à $1\frac{1}{2}'$ près.

Comme la manière de tracer l'arc ſur le limbe, & de le vérifier, fut à peu près la même dans cette première obſervation, & dans les autres poſtérieures; que le procédé en eſt fort ſimple, & qu'il n'exige point de diviſions du limbe de l'inſtrument en degrés & en minutes: je crois qu'il eſt à propos de l'expoſer ici avec quelque détail, & de mettre ainſi le Lecteur en état de juger de l'exactitude que nous pouvions nous en promettre.

ARTICLE IV.

De l'Arc tracé ſur le Secteur. Manière d'obſerver la diſtance d'une Etoile au Zénith, ſans le ſecours des diviſions ordinaires.

L'ÉTOILE ε d'*Orion*, de la ſeconde grandeur, & qui nous avoit déjà ſervi à la vérification du Secteur par le renverſement, dans le temps de nos obſervations des ſolſtices, nous parut la plus propre pour la meſure de l'amplitude de l'arc du Méridien.

Comme la longueur meſurée de cet arc de trois degrés étoit preſque toute au delà de l'Equateur, notre étoile, qui avoit 1^d 24′ de déclinaiſon auſtrale, ſe trouvoit répondre vers le milieu de l'arc, & à peu près à égale diſtance des zéniths de ſes deux points extrêmes.

Nous ſavions déjà auſſi, ſoit par la meſure de nos Triangles depuis les lieux dont la latitude nous étoit connue, ſoit par des obſervations faites avec des Quarts-de-cercle ordinaires, que l'étoile devoit être éloignée du zénith de *Tarqui* d'environ

$1^d\ 41'$; & par conſéquent que lorſque la lunette ſeroit pointée à l'étoile, le fil-à-plomb tomberoit à $1^d\ 41'$ de l'axe de la lunette, & qu'il tomberoit à pareille diſtance du côté oppoſé lorſqu'on retourneroit l'inſtrument pour la vérification. Nous n'avions donc beſoin, pour obſerver la diſtance de l'étoile au zénith dans les deux ſituations du Secteur, que d'un arc de $3^d\ 22'$, c'eſt-à-dire, double du précédent. Or en ouvrant les Tables des ſinus, on voit qu'il ne manque que 15 ſecondes à cet arc pour que ſa corde ſoit préciſément la dix-ſeptième partie du rayon; & ce petit excès pouvoit facilement ſe meſurer avec le Micromètre. Ainſi toute la difficulté ſe réduiſoit à trouver le moyen de tracer exactement ſur le limbe de notre Secteur un arc de $3^d\ 22'\ 15''$, ou pluſtôt la corde de cet arc; c'eſt-à-dire, une ligne égale à la dix-ſeptième partie du rayon *.

Ceux qui ne ſe ſont pas contentés d'opérer ſur le papier, n'ignorent pas combien il eſt difficile de diviſer trés-exactement une ligne donnée en un certain nombre de parties ſans aucun reſte: ils ſavent qu'on ne peut ſe flatter d'y réuſſir que par un tâtonnement long & pénible; & d'autant plus long & plus difficile, que le nombre des parties de la diviſion eſt plus grand. Heureuſement nous n'étions pas aſtreints à faire le rayon de notre inſtrument préciſément d'une certaine longueur, & la largeur de notre limbe permettoit de donner à ce rayon un pouce de plus ou de moins. C'eſt-là ce qui lève toute la difficulté de l'opération; au lieu de tâtonner long-temps pour trouver, par la diviſion d'un rayon donné, la

* Nous nous ſervîmes, pour les premières obſervations, de la 18e partie du rayon, & enſuite de la 17e: on en verra bien-tôt la raiſon.

valeur d'une corde qui en ſoit une certaine partie aliquote, on peut procéder ſûrement, en prenant pour corde une grandeur approchée de celle qu'on cherche, & en la multipliant le nombre de fois requis. Voici le détail de la manière dont nous avons toûjours fait cette opération.

On ouvroit un compas à *arc-de-cercle,* ou, en termes d'Horlogerie, un compas d'*arrêt,* fait exprès pour cet uſage, d'une quantité telle, qu'étant portée dix-ſept fois ſur le rayon depuis le centre, elle dût, à la dernière fois, tomber à quelque point de la ſurface du limbe. Par exemple, dans le cas dont il eſt ici queſtion, on ouvroit le compas de 8 pouces 6 lignes, qui, multipliés par 17, font 12 pieds 6 lignes. Cette ouverture de compas une fois déterminée, on la rendoit invariable par le moyen d'une vis deſtinée à cet effet.

On portoit cette même ouverture de compas dix-ſept fois, le long d'une ſoie tendue ſur une règle de bois de plus de douze pieds de long, bien dreſſée & couchée horizontalement; & afin que les pointes du compas n'enfonçaſſent pas dans le bois, la règle étoit garnie de petites plaques de métal d'égale épaiſſeur, poſées aux diſtances convenables, pour recevoir ces pointes. Cette opération ayant été répétée juſqu'à ce qu'on ſe fût bien aſſuré du point où tomboit le compas après le dix-ſeptième intervalle parcouru, la diſtance compriſe entre les deux points extrêmes des dix-ſept intervalles, déterminoit la la longueur préciſe du rayon du Secteur, & on mettoit à part le compas d'*arrêt* ouvert de la 17e partie de cette longueur; alors on élevoit la règle verticalement contre un mur, & avec un compas à verge de douze pieds, d'un bois léger & bien ſec, on prenoit exactement entre les deux pointes de ce compas

dans cette ſituation verticale, la diſtance des deux points extrêmes marqués ſur la règle. Tout cela, vû la hauteur de l'inſtrument, qui étoit de douze pieds, exigeoit, comme on voit, l'appareil d'une échelle aſſez haute, & le concours de deux perſonnes intelligentes. La meſure du rayon étant bien priſe ſur la règle entre les deux pointes du compas à verge, dont l'une pouvoit recevoir un mouvement très-doux par le moyen d'une vis, un des deux opérants tranſportoit ce compas toûjours dans la même ſituation verticale, & poſoit une de ſes pointes ſur le centre du Secteur tout monté, en ſoûtenant le compas; tandis que le ſecond promenoit légèrement l'autre pointe ſur le limbe, & traçoit un arc de cercle. Enfin on limitoit cet arc par deux points, qu'on marquoit à égale diſtance de part & d'autre du rayon avec l'ouverture du compas d'*arrêt*, laquelle étoit reſtée en dépôt exprès pour cela.

Tout ceci étant bien exécuté, il eſt évident que ſi l'on place le Secteur dans le plan du Méridien, & ſi on l'incline en ſorte que le fil-à-plomb tombe ſur un des points extrêmes de l'arc tracé, que je ſuppoſe ici de $3^d\ 22'\ 15''$, la lunette ſe trouvera dirigée à $1^d\ 41'\ 7''\frac{1}{2}$ du zénith; c'eſt-à-dire, à une diſtance égale à la moitié de l'arc; & que par conſéquent l'étoile paſſera dans la lunette, & ne paroîtra éloignée du fil horizontal que de la petite quantité dont ſa diſtance au zénith ſera ou plus petite ou plus grande que la moitié de l'arc tracé: quantité qui dans l'un & dans l'autre cas peut ſe meſurer exactement par le Micromètre.

J'ai ſuppoſé, pour plus de ſimplicité, que l'axe optique de la lunette répondoit préciſément au milieu de l'arc; mais cette circonſtance n'eſt pas néceſſaire, pourvû qu'on retourne l'inſ-

trument, comme nous l'avons toûjours pratiqué : car alors la diſtance au zénith eſt autant augmentée dans une des ſituations du Secteur, qu'elle eſt diminuée dans l'autre; & la moitié de la Somme des deux diſtances eſt la vraie.

Nous avons quelquefois obſervé la diſtance de la même étoile au zénith ſur deux différens arcs, tracés par la méthode précédente; ce qui faiſoit l'effet de deux inſtrumens différens. A *Tarqui*, par exemple, nous obſervâmes les premiers jours avec un arc de $3^d\ 11'\ 5''\frac{1}{5}$, dont la corde étoit à peu près la dix-huitième partie du rayon, & qui avoit été tracé par M. *Bouguer* d'abord en arrivant, avant que de s'être bien aſſuré de la latitude du lieu. Pour faire paſſer l'étoile plus près du centre de la lunette, nous traçâmes depuis un nouvel arc de $3^d\ 22'\ 15''$, dont la corde étoit exactement la dix-ſeptième partie du rayon.

C'eſt ainſi qu'en traçant à chaque différente diſtance au zénith que nous obſervions, un nouvel arc dont la corde étoit ſous-multiple du rayon, nous avons ſuppléé par un moyen fort ſimple, au défaut d'un inſtrument auſſi parfait que le Secteur de M. *Graham*, duquel les Académiciens, qui ont fait le voyage de Lapponie, ont eu l'avantage de ſe ſervir. D'ailleurs, la diviſion en degrés & minutes, dans laquelle la probabilité des erreurs croît à proportion de la difficulté, & du nombre des opérations, nous étoit inutile. Nous n'avions beſoin que d'un ſeul arc à chaque fois, & notre manière de le tracer portoit avec elle ſa vérification. J'ignore ſi ce moyen de ſe ſervir d'une partie aliquote du rayon, pour tenir lieu de graduation ſur un inſtrument, a été pratiquée en d'autres occaſions. C'eſt à M. *Godin* que j'en ai ouï parler le premier, avant notre

notre départ de France. M. *Caſſini de Thury* l'a auſſi propoſée en 1736. L'uſage de cette méthode ſemble d'abord borné à la meſure des arcs dont les cordes ſont ſous-multiples du rayon ; mais il peut s'étendre beaucoup plus loin à l'aide du Micromètre, dont l'application aux inſtrumens aſtronomiques eſt dûe à M. le Chevalier de *Louville*, & eſt, ſans contredit, une des plus utiles inventions de l'Aſtronomie moderne.

Mém. de l'Académie, 1736, page 209.

ARTICLE V.

Des différentes obſervations aſtronomiques faites dans la Province de Quito, *pour déterminer l'amplitude de l'arc du Méridien.*

JE ne rappellerai point ici l'hiſtoire de nos obſervations aſtronomiques, deſtinées à conclurre l'amplitude de l'arc du Méridien, ni les motifs qui nous ont engagés à les répéter à diverſes repriſes, en différens temps, & en différens lieux. Je les ai ſuffiſamment expliqués dans l'Introduction hiſtorique, qui eſt à la tête de cet ouvrage.

Je ne deſtine cet article qu'à expoſer l'ordre, le temps & le lieu de ce grand nombre d'obſervations dont je donnerai le détail, le réſultat & la critique dans les articles ſuivans. Je ne fais ici que les mettre ſommairement ſous les yeux du Lecteur, pour prévenir les équivoques, & la confuſion que la multiplicité de ces obſervations pourroit occaſionner.

Premières obſervations à Quito *en 1737.*

L'étoile ε d'*Orion*, qui n'étoit éloignée du zénith de *Quito* que de $1^d\ 10'$, nous ayant paru propre à vérifier l'erreur de

la poſition de la lunette de notre Secteur, après l'obſervation des deux ſolſtices de Décembre 1736 & Juin 1737, nous obſervâmes, M. *Godin,* M. *Bouguer* & moi, en Janvier & Juillet 1737, la diſtance de cette étoile au zénith. Nous n'avions pas alors pour but de faire ſervir ces obſervations à la détermination de l'amplitude de l'arc du Méridien; cependant comme elles peuvent être employées à cet uſage, je crois devoir les rapporter ainſi que les autres. Quant à leur détail, je n'en ferai qu'un article avec les autres obſervations faites à *Quito* en 1740, 1741 & 1742.

Premières obſervations au Sud de la Méridienne, à Tarqui, *en 1739.*

Nous commençâmes le 18 Octobre 1739 nos premières obſervations pour l'amplitude de l'arc du Méridien, au Sud de la Méridienne, à *Tarqui,* cinq lieues au delà de *Cuenca,* par $3^d\ 5'$ de latitude auſtrale: elles durèrent juſqu'au 13 Janvier 1740. Dans cet intervalle de temps, nous fîmes trois Suites d'obſervations indépendantes l'une de l'autre. J'entends ici par Suite, un nombre ſuivi d'obſervations de la même étoile, faites dans les deux ſituations du Secteur, dirigé alternativement au Nord & au Sud; & j'appelle Suites indépendantes, celles qui ſont diſtinguées l'une de l'autre, par quelque changement, ou fait ou ſurvenu à l'inſtrument, dans l'intervalle des deux Suites; ſoit en démontant le Secteur, ſoit en traçant un nouvel arc, ſoit en changeant la ſituation de la lunette, ou celle de l'objectif.

Outre l'étoile ε d'*Orion,* nous obſervâmes alors & ordinairement depuis, deux autres étoiles, θ d'*Antinoüs,* & α du *Verſeau;*

mais comme ε d'*Orion* eſt celle que nous avons ſuivie le plus conſtamment, que c'eſt celle dont nous avons un plus grand nombre d'obſervations, & la ſeule qui nous en ait fourni aux deux extrémités de l'arc de correſpondantes & ſimultanées, dont nous ſommes convenus de déduire la valeur du degré du Méridien; je ne donnerai le détail que de celles de cette étoile.

Premières obſervations au Nord de la Méridienne, à Cotcheſqui, *en 1740.*

De *Tarqui* nous paſſâmes, M. *Bouguer* & moi, à l'extrémité auſtrale de la Méridienne, en un lieu appelé *Cotcheſqui.* Nous commençâmes à y obſerver le 19 Février 1740, & nous ceſſâmes le 25 Avril ſuivant.

Secondes obſervations à Quito *en 1740 & 1741.*

M. *Bouguer* fit remonter à *Quito* le même Secteur qui nous avoit ſervi aux deux extrémités de l'arc du Méridien, & obſerva en ſon particulier à *Quito*, la diſtance de la même étoile, ou des trois étoiles au zénith, au mois de Sept. 1740.

Il recommença & termina une nouvelle Suite d'obſervations au mois d'Octobre ſuivant; je n'ai eu communication que du réſultat de cette Suite, non plus que de celui de la précédente.

J'obſervai auſſi en mon particulier dans le même lieu, après avoir remeſuré l'arc & ſa corde, la diſtance de l'étoile ε d'*Orion* au zénith, au mois de Novembre, & juſqu'au 30 Décembre de la même année. Je ne pûs apercevoir les deux autres étoiles, qui paſſoient de jour: les mauvais temps, les

pluies, & d'autres obſtacles traverſèrent beaucoup cette obſervation, qui ne fut pas même terminée.

Le 30 Décembre, M. *Bouguer* changea la lunette de longueur, pour l'accommoder à ſa vûe, & recommença une nouvelle Suite d'obſervations qui dura juſqu'au 2 Février 1741.

Il s'en faut 14 à 15 minutes que *Quito* ne ſoit à l'extrémité ſeptentrionale de l'arc du Méridien dont nous avons meſuré la longueur; mais la diſtance entre le Parallèle de la latitude de *Quito*, & celui de *Cotcheſqui*, terme nord de notre Méridienne, étant connue en toiſes, les obſervations de *Quito* peuvent être rapportées à celles qui ont été faites au Nord de la Méridienne.

Je ne mets point en ligne de compte les obſervations que je fis à *Quito*, pendant une grande partie de l'année 1741, des trois mêmes étoiles, & de pluſieurs autres, avec une lunette fixe de 15 pieds. Le but de ces obſervations étoit ſeulement d'examiner les changemens de diſtance au zénith, & non les diſtances abſolues, que je n'euſſe pû conclurre qu'en retournant la lunette: ce qui n'étoit pas poſſible dans le cas préſent, puiſqu'elle étoit ſcellée dans un mur avec deux bras de fer.

Secondes obſervations au Sud de la Méridienne, à Tarqui, *en 1741.*

Pendant que j'obſervois à *Quito* les variations apparentes de ces étoiles, ſuivant nos conventions, M. *Bouguer* retourna *Tarqui* au mois de Février 1741, & y fit, à différentes repriſes, un grand nombre d'obſervations de leurs diſtances au zénith: elles compoſent cinq Suites différentes. Il commença le 5 Mars, & finit d'obſerver le 4 Décembre 1741.

Troisièmes & dernières observations à Quito *en 1742.*

Je me préparai à la répétition que j'allois faire, après M. *Bouguer,* à *Tarqui,* au Sud de la Méridienne, de nos anciennes observations de 1739, par celles que je fis à *Quito* en 1742, avant mon départ pour *Tarqui,* de nos trois étoiles, depuis le 5 Mai jusqu'au 31 Juillet. ε d'*Orion* passoit au Méridien en plein jour; je ne perdis cette étoile de vûe, que lorsqu'elle passa à une heure & demie après midi, & je la revis à dix heures & demie du matin, quand elle eut devancé le Soleil. Je ne cessai d'observer que lorsqu'il me fallut démonter le Secteur pour l'envoyer à *Tarqui.*

Troisièmes & dernières observations au Sud de la Méridienne, à Tarqui, *en 1742 & 1743, correspondantes à celles de* Cotchesqui, *&* simultanées.

Je me rendis à *Tarqui* à la fin de Septembre 1742. Ce ne fut qu'à la fin de Novembre que je pûs commencer à y observer utilement; je continuai mes observations jusques en Mars & Avril 1743.

Secondes & dernières observations au Nord de la Méridienne, à Cotchesqui, *en 1742 & 1743, correspondantes à celles de* Tarqui, *&* simultanées.

Pendant que j'observois seul à *Tarqui* en 1742, M. *Bouguer* répétoit au Nord de la Méridienne, avec un nouveau Secteur, les observations que nous y avions faites ensemble en 1740 avec celui qui me servoit actuellement à *Tarqui.* M. *Bouguer* avoit commencé à observer à *Cotchesqui* dès le mois d'Août 1742, & il finit au mois de Janvier 1743.

Dans cet intervalle de temps, nous eûmes plusieurs observations correspondantes de la même étoile, faites les mêmes nuits & à la même heure aux deux extrémités de l'arc.

Ce sera uniquement de ces dernières observations, faites dans le même temps aux deux bouts de la Méridienne, que je tirerai, comme nous en sommes convenus, M. *Bouguer* & moi, la valeur du degré du Méridien; mais ce ne sera qu'après avoir examiné le degré de confiance que mérite chacune de nos diverses Suites d'observations, & avoir exposé les raisons que nous avons eues de rejeter les anciennes, faites successivement aux deux extrémités de l'arc (sur-tout celles de *Tarqui* de 1739) pour nous en tenir aux observations simultanées de 1742 & 1743. Je ferai voir aussi que toutes les autres, à l'exception de celles de *Tarqui* en 1739, ne diffèrent guère dans leur résultat, de celui des observations simultanées, qui méritent la préférence à tous égards.

Pour mettre le Lecteur à portée de comparer facilement nos diverses observations, j'en donnerai autant de Tables, que nous avons fait d'observations différentes; & je réduirai chacune en particulier au temps des observations simultanées, en prenant pour leur époque le premier Janvier 1743.

Cette réduction servira à faire mieux juger de la justesse des observations, par leur plus ou moins de conformité. On verra, par exemple, que telle observation qui paroissoit différer de 8 secondes d'une autre de la même Suite, & faite deux mois auparavant, en diffère à peine d'une seconde après la réduction; & réciproquement, que celles qui paroissoient le mieux s'accorder, sont quelquefois celles qui, réduites à la même époque, diffèrent le plus entr'elles.

J'emploie pour cette réduction trois équations différentes.

La première, pour corriger le changement que cause dans la hauteur de l'étoile, la précession des Equinoxes, qui est l'effet de la révolution de l'axe de la Terre autour des Poles de l'Ecliptique. Cette équation est connue depuis plusieurs siècles, & tous les Astronomes sont d'accord, à très-peu près, sur sa quantité; sur-tout pour de courts intervalles de temps: je l'ai supposée d'un degré en 72 ans.

La seconde équation, qui est celle qu'exige l'aberration de la lumière, est dûe aux observations délicates, & aux subtiles recherches de M. *Bradley,* dont l'ingénieuse théorie, exposée dans les Transactions philosophiques, ann. 1728, n.° 406, traitée par M. *Manfredi* dans les Commentaires de l'Institut de Boulogne en 1730, & étendue par M. *Clairaut* dans les Mémoires de l'Académie de 1737, est aujourd'hui adoptée par tous les Astronomes.

La troisième équation est celle qui résulte de la nutation de l'axe de la Terre; c'est encore une découverte de M. *Bradley,* mais plus récente que la précédente. L'une & l'autre ont été également confirmées par les observations de M. le *Monnier,* faites avec le Secteur de M. *Graham,* & rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1745. On peut voir l'exposé de cette nouvelle théorie dans l'extrait du Mémoire de M. *Bradley* par M. l'Abbé de la *Caille,* publié dans les Mémoires de *Trévoux* du mois d'Octobre 1748.

En réduisant, comme je l'ai fait, toutes les observations jour par jour, je ne laisse aucun doute au Lecteur, qui a sous les yeux les élémens du calcul, & qui peut les vérifier aisément, ainsi que les conséquences que j'en tire.

La diſtance apparente de l'étoile au zénith ſe conclud en ajoûtant au demi-arc, qui a ſervi à l'obſervation, la quantité moyenne obſervée avec le Micromètre, dans les deux ſituations inverſes du Secteur. Si cette quantité eſt négative, il faut la ſouſtraire du demi-arc, au lieu de l'y ajoûter.

ARTICLE VI.

Premières obſervations à Tarqui, *extrémité auſtrale de la Méridienne, en Novembre & Décembre 1739, & Janvier 1740.*

JE ne puis rendre un compte plus exact de nos premières obſervations à *Tarqui*, ni mettre dans un plus grand jour les attentions avec leſquelles nous procédâmes dès ce premier travail, qu'en donnant ici la copie du procès verbal même que M. *Bouguer* dreſſa de ces obſervations, & qu'il fit certifier par un Notaire à *Cuenca*, auſſi-tôt qu'elles furent terminées, au mois de Janvier 1740. On en jugera mieux combien de ſemblables opérations ſont délicates, & combien il eſt difficile, en pareil cas, d'éviter l'erreur; puiſque, malgré toutes nos précautions, nous ne pûmes nous en garantir dans ce premier eſſai.

Procès verbal des obſervations faites à Tarqui *en 1739.*

C'eſt M. *Bouguer* qui parle.

« Nous trouvant obligés, M. de la *Condamine* & moi, de » faire à part les obſervations aſtronomiques, qui doivent ap- » prendre en parties de la circonférence de la Terre, la valeur » de l'arc du Méridien, dont nous avons déjà meſuré la valeur

en

en toiſes ; nous nous déterminâmes à faire la première de ces «
obſervations dans une maiſon de campagne appartenante à «
N. . . . . , ſituée dans un des enfoncemens de la «
plaine de *Tarqui*, dans laquelle nous avons meſuré la Baſe «
dont nous avons déjà communiqué la longueur actuelle, de «
même que la ſituation, à M. *Godin*, en lui faiſant part des «
angles de tous les Triangles qui ſervent à la lier avec les «
autres ſtations de la Méridienne. L'endroit de cette maiſon, «
que nous avons choiſi, eſt éloigné de notre Baſe de cinq «
cens trente toiſes & demie du côté de l'orient, ſur une per- «
pendiculaire qui rencontre la Baſe à treize cens cinquante- «
trois toiſes de ſon extrémité auſtrale. Cet endroit eſt une Salle «
fermée, dans laquelle nous avons fait faire un retranchement «
avec des nattes, afin d'être encore plus diſpenſés de mettre «
un garde-filet au fil-à-plomb, ou de faire deſcendre, comme «
nous le faiſions quelquefois à *Quito* à l'obſervation de l'obli- «
quité de l'Ecliptique, le plomb dans un vaſe plein d'eau. «
L'inſtrument, qui eſt formé de diverſes règles de fer, & «
qui a douze pieds de rayon, ſe trouva entièrement monté «
dès le commencement d'Octobre dernier. Nous avions véri- «
fié, M. de la *Condamine* & moi, en nous ſervant de toute la «
longueur de notre Baſe, la valeur des parties du Micromètre, «
que j'avois déjà examinée en particulier, en comparant le jeu «
de ce Micromètre avec la longueur d'environ onze pieds «
onze pouces du foyer de l'objectif. Nous avions diſpoſé la «
lunette parallèlement au rayon, en l'ajuſtant ſur un objet éloi- «
gné, auquel on viſoit par le limbe & par le centre ; nous «
nous étions auſſi aſſurés que les ſoies du Micromètre étoient «
perpendiculaires au limbe ; puiſqu'elles convenoient avec un «

» fil-à-plomb ſuſpendu à une aſſez grande diſtance, pendant » que l'inſtrument étoit couché, & le limbe mis de niveau. » Enfin nous avions marqué avec le plus grand ſoin, & en » prenant pour corde la dix-huitième partie du rayon, avec une » petite fraction que nous diſcutâmes ſcrupuleuſement, un arc » de $3^d\ 11'\ 1\frac{1}{5}''$, vers le milieu duquel répondoit la lunette; & » nous avions outre cela une Pendule déjà réglée par des hau- » teurs correſpondantes que chacun de nous avoit priſes, & que » M. *Verguin* a enſuite principalement continué de prendre. » Ainſi tout ce qui dépendoit de nous étoit entièrement diſ- » poſé, & il ne nous manquoit plus qu'un ciel favorable pour » l'obſervation.

» Diverſes conſidérations, qu'il eſt inutile de rapporter ici, » nous avoient invité à nous ſervir de l'étoile de la ſeconde » grandeur, qui eſt au milieu de la ceinture d'*Orion*, & que » *Bayer* a déſignée par ε. Mais le temps, qui de jour ne nous » accordoit qu'à peine quelques hauteurs pour régler la Pen- » dule, nons étoit encore plus contraire de nuit; *& pendant » plus d'un mois, nous n'avons fait autre choſe que reconnoître » les changemens qu'il falloit faire à la direction de l'inſtrument,* & » nous aſſurer enſuite, qu'il étoit exactement dans le plan du Mé- » ridien. Nous remarquâmes auſſi quelque défaut de ſolidité dans » le Micromètre, à quoi il nous fallut remédier; ce qui nous fit » perdre quelques obſervations dont nous étions contens.

» Nous dirigeâmes l'inſtrument par le moyen d'une Méri- » dienne, tracée avec exactitude, & indiquée par un aſſemblage » de cheveux, long de plus de dix-huit pieds, & tendu, quand » nous l'avons voulu, d'un côte de l'obſervatoire à l'autre ſur » deux petits crampons attachés aux murailles oppoſées : cette

précaution nous a valu la facilité d'examiner chaque jour ſi le limbe, qui a environ 25 pouces de longueur, étoit exactement parallèle à la Méridienne, en meſurant ſcrupuleuſement la diſtance de l'un à l'autre avec une échelle diviſée en très-petites parties; & nous avons pû, lorſque nous avons tourné & retourné l'inſtrument, le remettre infailliblement dans la même direction à moins d'une demi-minute près. J'avois auſſi reconnu le 27 & le 29 d'Octobre, en comparant par la Trigonométrie ſphérique, l'inſtant auquel j'avois obſervé du côté de l'orient des hauteurs de θ d'*Antinoüs* & de ε d'*Orion*, avec l'inſtant que ces étoiles paſſèrent par le fil vertical de la lunette, que ces paſſages ſe firent au temps même de la médiation; & M. de la *Condamine* trouva la même choſe par des hauteurs correſpondantes, qu'il réuſſit à obtenir la nuit du 10 au 11 Novembre.

L'étoile que nous avions choiſie étant éloignée du zénith de notre obſervatoire de *Tarqui* vers le Septentrion, d'environ 1 degré $40\frac{1}{2}$ minutes, notre manière d'opérer devant nous fournir immédiatement le double de cette diſtance, l'arc de $3^d\ 11'\ 1\frac{1}{5}''$ ſe trouvoit trop petit. Le Micromètre nous a fourni le ſurplus de chaque côté pendant que nous avons fait tomber ſucceſſivement le fil-à-plomb ſur les deux termes de l'arc. Voici ces excès tels que nous les avons obtenus, M. de la *Condamine* & moi: nous étions convenus d'obſerver alternativement, & nous avons cependant preſque toûjours eu le loiſir de regarder l'un & l'autre dans la lunette à chaque obſervation. »

Premières observations de la distance de l'étoile ε *d'*Orion *au zénith de l'observatoire de* Tarqui, *faites par le moyen d'un arc de* $3^d\ 11'\ 1''\frac{1}{5}$.

Le limbe de l'instrument étant tourné vers l'orient.

Le 12 Novembre 1739 . . . . . . 1055 parties microm. additives.
Le 13 Nov. 1054

Le limbe étant tourné vers l'occident, & l'instrument calé sur l'autre terme de l'arc.

Le 15 Novembre. . . . . 318 parties additives.
Le 19 Nov. 314
Le 27 Nov. 318

« Selon ces observations, l'arc marqué sur le limbe étoit
» trop petit d'un peu plus de 1371 parties du Micromètre,
» qui valent 10′ 1″; & par conséquent la distance apparente
» de l'étoile ε d'*Orion* au zénith, étoit au mois de Novembre
» dernier, de $1^d\ 40'\ 31''$.

» Cette détermination étant achevée, nous voulûmes pousser
» la certitude plus loin, & que les quantités fournies par le
» Micromètre devinssent soustractives, d'additives qu'elles étoient,
» ou que la lunette fût pointée au dessous de l'étoile, au lieu
» d'être pointée en dessus; afin que les nouvelles observations
» fussent absolument indépendantes des premières. Nous mar-
» quâmes pour cela sur le limbe un intervalle, dont la corde
» étant exactement la dix-septième partie du rayon, étoit de
» $3^d\ 22'\ 15''$. Cet arc étant trop grand, & les quantités que
» devoit fournir le Micromètre, négatives, les petites erreurs,
» s'il y en avoit, & qui pouvoient venir, ou du Micromètre,
» ou de la disposition de la lunette, devoient nécessairement
» se trouver en sens contraires, & se manifester par conséquent
» mieux. Nous craignions, en opérant trop servilement de la

même manière, de faire naître dans nos résultats une confor- «
mité qui nous trompât; au lieu que nous n'étions pas fâchés, «
& nous nous le proposions même, d'y apercevoir, s'il le «
falloit, des différences qui pûssent nous instruire. «

Secondes observations, faites par le moyen d'un arc de $3^d\ 22'\ 15''$.

Le limbe de l'instrument étant tourné vers l'occident.

Le 8 Décembre 1739	$65\frac{1}{2}$ parties microm. négatives.
Le 9	$65\frac{1}{2}$
Le 12	$64\frac{1}{2}$

Le limbe étant tourné vers l'orient, & l'instrument calé sur l'autre extrémité de l'arc.

Le 13 Décembre matin	72 parties microm. négatives.
Le 13 Décembre soir	72

Le limbe retourné vers l'occident.

Le 14 Décembre	70 parties microm. négatives.

Ces secondes observations nous apprennent que le nouvel «
arc étoit trop grand de 138 parties du Micromètre, qui va- «
lent $1'\ \frac{1}{2}''$, & que la distance de l'étoile au zénith est de 1^d «
$40'\ 37''$; & si on prend le milieu entre les deux résultats pré- «
cédens, il vient $1^d\ 40'\ 34''$ pour la distance apparente dont «
il s'agit. «

Mais cette différence de 6 secondes, qui se trouve dans «
nos deux conclusions, & *dont une partie doit être attribuée à* «
des erreurs qui ne sont erreurs que parce que nous n'en savons pas «
précisément la cause, peut venir aussi un peu de quelque paral- «
laxe que nous avons remarqué dans les fils du Micromètre; «
& qui *nous avoit obligé de mettre un diaphragme proche de l'œil.* «
Quoique l'incertitude que causât ce défaut, lorsqu'on prend «

» le milieu entre les deux déterminations, ne fût que de 3″,
» & qu'il n'en tombât que le tiers (une ſeconde) ſur la gran-
» deur du degré terreſtre, nous avons cru que nous ne devions
» pas, dans une circonſtance ſi importante, négliger de le cor-
» riger, puiſque nous le connoiſſions. Le quinze Décembre, en
» touchant ſeulement au porte-objectif, j'accourcis la lunette
» d'environ une ligne; & l'obſervation faite le lendemain m'ayant
» appris, par une moindre parallaxe qu'avoient encore les fils,
» mais en ſens contraire, que j'avois produit un trop grand
» accourciſſement, je travaillai le 17 à en détruire une partie: la
» lunette, de cette ſorte, n'a pas été racourcie d'une ligne, &
» ce changement n'a pû en apporter aucun de ſenſible dans la
» valeur des parties du Micromètre, comme il eſt facile de
» s'en convaincre, ſur-tout à l'égard de la petite quantité que
» nous avions à meſurer. Mais ſoit qu'en touchant à la lunette,
» je lui euſſe donné quelque facilité à ſe déranger, ou ſoit que
» l'inſtrument eût reçû quelque coup entre les obſervations,
» nous avons enſuite eu le chagrin de ne pas profiter de plu-
» ſieurs belles nuits qu'il a fait pendant le reſte du mois de
» Décembre. Il ſeroit inutile de faire ici le détail de tous les
» accidens qui nous ſont arrivés. C'eſt principalement dans cette
» rencontre que nous avons éprouvé combien étoit prudente
» la réſolution que nous avions priſe dès les commencemens,
» de faire des obſervations indépendantes les unes des autres,
» pour voir ſi elles donnoient le même réſultat; de changer
» même l'état de l'inſtrument, & de le tourner pluſieurs fois
» dans le cours des obſervations. Cette attention, qui devient
» plus néceſſaire à meſure que l'inſtrument eſt plus grand, &
» qu'il eſt formé d'un plus grand nombre de pièces, devoit

nous apprendre ſi le nôtre, qui a une briſure au milieu du «
rayon, & dont les deux parties ſont jointes par pluſieurs vis «
& pluſieurs clavettes, ſouffroit quelque dérangement, malgré «
ce que nous avions fait pour le rendre ſolide, & les précau- «
tions preſque ſuperſtitieuſes avec leſquelles nous le touchions. «
Enfin après l'avoir examiné une dernière fois depuis le haut «
juſqu'au bas le 29 Décembre, & nos ſoupçons ne pouvant «
tomber que ſur la lunette, quoiqu'elle fût arrêtée en trois en- «
droits, nous lui fîmes diverſes ligatures avec du fil de fer aſſez «
fort; ce qui nous a valu les obſervations ſuivantes. «

Troiſièmes obſervations, faites par le moyen de l'arc de $3^d\ 22'\ 15''$

Le limbe vers l'occident.

Le 30 Décembre 1739 . . . . . . 75 ½ parties microm. négatives.

Le limbe tourné vers l'orient.

Le 2 Janvier 1740 . . . . 83 parties microm. négatives.

Le limbe retourné vers l'occident.

Le 6 Janvier 1740 . . . . 60 parties négatives.
Le 9 Janv. 62

Il ſuit de ces obſervations, que l'arc de $3^d\ 22'\ 15''$ eſt «
trop grand de 149 parties, qui valent $1'\ 5''$; & la diſtance «
de l'étoile au zénith eſt donc de $1^d\ 40'\ 35''$. Cette troiſième «
détermination tient le milieu entre les deux, $1^d\ 40'\ 31''$ & «
$1^d\ 40'\ 37''$, que nous avions déjà trouvées en même temps «
qu'elle eſt plus voiſine de la ſeconde: auſſi regardions-nous les «
deux premières comme deux eſpèces de limites; *nous ne* «
doutions pas que ſi l'une péchoit en excès, l'autre ne le fît «
en défaut, & nous devions, outre cela, ajoûter plus de foi «

» à la ſeconde, puiſque le Micromètre n'eſt jamais plus exact » que lorſqu'il meſure de plus petites quantités. Enfin on peut » maintenant, ſans que cela apporte guère plus d'une demi-ſe- » conde de différence ſur la grandeur du degré terreſtre, prendre » le milieu entre les trois réſultats, ou le prendre ſeulement entre » les deux derniers. Ce ſecond parti nous paroiſſant préférable, » nous nous arrêtons à 1^d 40′ 36″ pour la diſtance apparente dont » l'étoile ε d'*Orion* eſt éloignée du zénith de notre obſervatoire de » *Tarqui,* du côté du Septentrion, à la fin de 1739; & ajoûtant » une ſeconde pour la réfraction, il nous vient 1^d 40′ 37″ pour » la diſtance vraie. FAIT à *Tarqui,* le dix Janvier mil ſept cens quarante. *Signé* BOUGUER»; & enſuite eſt écrit:

» Je certifie la vérité des faits contenus dans le rapport pré- » cédent. Je n'ai pû aſſiſter à quelques-unes des opérations pré- » paratoires, dont il eſt fait mention au commencement de » cet écrit; mais j'en ai eu connoiſſance dans le temps, & de » plus, j'ai remeſuré le 8 Octobre dernier la valeur du premier » arc, tracé en mon abſence, de 3^d 11′ 1″, en comparant la » corde à la longueur du rayon, & nos meſures ſe ſont accor- » dées dans la demi-ſeconde. Nous répétâmes encore cette véri- » fication enſemble avant que de marquer le nouvel arc, dix- » ſeptième partie du rayon, dont nous nous ſommes ſervis dans » nos deux dernières Suites d'obſervations. La nuit du 10 au 11 » Novembre, j'eus pluſieurs hauteurs correſpondantes de l'étoile » ε d'*Orion*, qui nous aſſurèrent qu'elle paſſoit par le fil vertical » de la lunette à une ſeconde près de l'heure vraie de ſa média- » tion: le reſte a été fait enſemble, & de concert, à *Tarqui,* » le onze Janvier 1740. La ſanté de M. *Bouguer* l'ayant obligé » de preſſer ſon départ, & nos obſervations étant ainſi terminées,

j'ai

j'ai ſouhaité d'avoir, avant que de démonter l'inſtrument, encore une diſtance de l'étoile ε d'*Orion* au zénith, en retournant le limbe une ſeconde fois du côté de l'orient, pour ſervir de confirmation à celle du 2 Janvier, la ſeule que nous avions dans cette ſituation du limbe pendant le cours de nos troiſièmes obſervations. Le 13 Janvier au ſoir, aidé de M. *Verguin*, j'obſervai la diſtance au zénith de la même étoile ε, de 95 parties du Micromètre négatives, au lieu de 83 que nous avions trouvées le 2 Janvier. En prenant le milieu de cette dernière obſervation, dont j'ai été content, & de celle du 2 Janv. dont nous le fûmes auſſi, & qui diffèrent entr'elles de cinq ſecondes, la diſtance de l'étoile au zénith, tirée de nos troiſièmes obſervations, ſe trouvera diminuée d'une ſeconde un quart. Cette diſtance ſera, à un quart de ſeconde près, moyenne entre celle qui réſulte de nos premières & ſecondes obſervations, & elle ne changera le réſultat ci-deſſus adopté, que d'environ une demi-ſeconde. Avant que de démonter l'inſtrument, nous avons repris, M. *Verguin* & moi, la meſure du rayon, & celle de la corde de l'arc, que nous avions trouvée être exactement la dix-ſeptième partie du rayon : cette corde, priſe avec l'ouverture d'un compas *à arc* à pluſieurs repriſes, & portée dix-ſept fois d'un bout à l'autre du rayon, excédoit à la dernière fois le rayon de $\frac{28}{100}$ de ligne, ou les $\frac{4}{5}$ d'une partie égale de mon compas de proportion. FAIT à *Tarqui*, le 15 J.er matin 1740. *Signé* LA CONDAMINE; *& plus bas eſt encore écrit :*

Je ſouſſigné, certifie la vérité de tous les faits rapportés ci-deſſus, tant pour avoir aſſiſté à tout, que pour y avoir aidé. J'ai auſſi eu le loiſir de regarder à la lunette dans preſque toutes les obſervations, & j'ai vû l'étoile ſuivre le fil du Micromètre. FAIT à *Tarqui*, le 15 J.er 1740. *Signé* VERGUIN. »

ARTICLE VII.

Table d'obſervations de l'Etoile ε d'Orion,

Faites en commun à Tarqui *en 1739, réduites au premier Janvier 1743.*

Première Suite d'obſervations, faites par le moyen d'un Arc de 3ᵈ 11′ 1″,2*, dont la corde étoit de* 4″ *plus grande que la 18ᵉ partie du rayon.*

SITUATION du Secteur.	DATE des Obſervations.	QUANTITÉS obſervées avec le Micromètre	ÉQUATIONS POUR LA Préceſſion des Équinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terreſtre.	RÉDUCTION au 1 Janvier 1743.	QUANTITÉS moyennes.	RÉSULTAT.
Le limbe tourné à l'orient.	12 Nov. 1739.	+ 7′ 42″,5	+ 9″,9	— 6″,9	+ 8″,7	+ 7′ 54″,2	+ 7′ 54″,0	+ 0ᵈ 10′ 25″,5
	13	+ 7 42, 1	+ 9, 9	— 6, 8	+ 8, 7	+ 7 53, 9		
à l'occident.	15	+ 2 19, 4	+ 9, 9	— 6, 6	+ 8, 7	+ 2 31, 4	+ 2 31, 5	
	19	+ 2 17, 7	+ 9, 9	— 6, 1	+ 8, 7	+ 2 30, 2		
	27	+ 2 19, 4	+ 9, 8	— 5, 1	+ 8, 7	+ 2 32, 8		

Arc du Secteur. 3 11 1, 2

Double diſtance obſervée au Zénith . . . . . 3ᵈ 21′ 26″,7

Premier Réſultat. Diſtance apparente de ε d'Orion au Zénith de *Tarqui* du côté du Nord, conclue pour le 1ʳ Janvier 1743. . . . . 1 40 43, 3

Seconde Suite d'obſervations faites avec un Arc de 3ᵈ 22′ 15″*, dont la corde étoit la 17ᵉ partie du rayon.*

SITUATION du Secteur.	DATE des Obſervations.	QUANTITÉS obſervées avec le Micromètre	Préceſſion des Équinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terreſtre.	RÉDUCTION au 1 Janvier 1743.	QUANTITÉS moyennes.	RÉSULTAT.
à l'occident.	8 Déc. 1739.	— 28″,7	+ 9″,6	— 3″,6	+ 8″,5	— 14″,2	— 0′ 14″,2	— 0ᵈ 0′ 30″,6
	9	— 28, 7	+ 9, 6	— 3, 4	+ 8, 5	— 14, 0		
	12	— 28, 3	+ 9, 6	— 3, 0	+ 8, 5	— 13, 2		
	14	— 30, 7	+ 9, 6	— 2, 7	+ 8, 5	— 15, 3		
à l'orient.	13 matin.	— 31, 6	+ 9, 6	— 2, 9	+ 8, 5	— 16, 4	— 0 16, 4	
	13 ſoir.	— 31, 6	+ 9, 6	— 2, 9	+ 8, 5	— 16, 4		

Arc du Secteur 3 22 15

Double diſtance obſervée au Zénith . . . . . . 3ᵈ 21′ 44″,4

Second Réſultat. Diſtance apparente de ε d'Orion au Zénith de *Tarqui* du côté du Nord, conclue pour le 1ʳ Janvier 1743. . . . . 1 40 52, 2

Troiſième Suite d'obſervations avec le même Arc, après avoir changé la ſituation de l'Objectif.

SITUATION du Secteur.	DATE des Obſervations.	QUANTITÉS obſervées avec le Micromètre	Préceſſion des Équinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terreſtre.	RÉDUCTION au 1 Janvier 1743.	QUANTITÉS moyennes.	RÉSULTAT.
à l'occident.	30 Déc. 1739.	— 33″,0	+ 9″,5	— 0″,3	+ 8″,4	— 15″,4	— 0′ 10″,4	— 0ᵈ 0′ 30″,7
	6 Janv. 1740.	— 26, 3	+ 9, 5	+ 0, 8	+ 8, 4	— 7, 6		
	9	— 27, 2	+ 9, 4	+ 1, 2	+ 8, 4	— 8, 2		
à l'orient.	2 Janv. 1740.	— 36, 4	+ 9, 5	+ 0, 1	+ 8, 4	— 18, 4	— 0 20, 3	
	13	— 41, 7	+ 9, 4	+ 1, 7	+ 8, 4	— 22, 2		

Arc du Secteur 3 22 15

Double diſtance obſervée au Zénith . . . . . . 3ᵈ 21′ 44″,3

Troiſième Réſultat. Diſtance apparente de ε d'Orion au Zénith de *Tarqui* du côté du Nord, conclue pour le 1ʳ Janvier 1743 . . . . 1 40 52, 1

Remarques ſur les obſervations de la Table précédente.

Dans la Table qui précède, chaque trait horizontal qui coupe la colonne des dates des obſervations, ſert à indiquer que le Secteur a été retourné dans l'intervalle des deux obſervations ſéparées par le trait. Le reſte de la Table parle aſſez aux yeux, & n'a pas beſoin d'explication.

On voit par cette Table, que les obſervations faites en 1739 à *Tarqui*, étant réduites à l'époque du premier Janvier 1743, le premier des trois réſultats diffère des deux ſuivans de 9″; au lieu que la différence n'eſt réputée que de 6″ dans le procès verbal, qui a été dreſſé dans un temps où les loix de l'aberration de la lumière nous étoient inconnues.

On voit auſſi que le ſecond & le troiſième réſultats, qui paroiſſoient, ſuivant le même procès verbal, différer entr'eux de deux ou de trois ſecondes, ſelon qu'on tenoit compte ou non de l'obſervation du 13 Janvier 1740, s'accordent à moins d'une ſeconde, depuis que les équations ont été appliquées.

En général, les équations employées pour la réduction de ces obſervations, au premier Janvier 1743, les rapprochent de quelques ſecondes du réſultat de nos obſervations ſimultanées, à l'époque deſquelles je les ai réduites. Mais la diſtance de l'étoile au zénith, tirée de celles que j'examine ici, eſt, toute déduction faite, encore trop grande de 27 à 28 ſecondes par le premier réſultat, & de 18 par le ſecond; en ſorte que l'erreur moyenne eſt de 22″½ au moins.

L'état d'imperfection où étoit alors notre Secteur; ſa facilité à ſe déranger quand on le retournoit, de quoi nous nous ſommes pluſieurs fois convaincus depuis; les divers défauts

que nous y remarquâmes dès-lors, & que j'examinerai plus en détail; la différence de 9 ſecondes entre le premier réſultat & les deux derniers; celle de 7 ſecondes entre l'obſervation du 30 Décembre 1739 & celle du 6 Janvier 1740, employées dans le dernier réſultat: enfin, & plus que tout le reſte, la diſtance de la même étoile au zénith, trouvée conſtamment de 20 & tant de ſecondes plus grande par M. *Bouguer* pendant ſept à huit mois en 1741, en obſervant ſur différens arcs; & par moi pendant autant de temps en 1742 & 1743, avec un nouvel arc & un nouveau rayon, & en prenant les nouvelles précautions qui ſeront expliquées; tout cela eſt plus que ſuffiſant pour nous aſſurer que l'erreur eſt certainement dans les obſervations de 1739. Mais il reſte à en démêler la ſource. Les erreurs, dont il eſt permis d'ignorer la cauſe, doivent varier en plus & en moins: ſi celle dont il s'agit ici étoit de cette eſpèce, il n'y a nulle vrai-ſemblance que cette erreur eût été conſtante pendant le cours de pluſieurs mois; & que trois différentes Suites d'obſervations, indépendantes l'une de l'autre, faites ſur différens arcs avec une lunette dont l'objectif a été changé de place, & avec un inſtrument tourné & retourné pluſieurs fois en ſens contraire, ſe fuſſent accordées à donner une diſtance au zénith inégale à la vérité, mais toûjours conſidérablement moindre qu'elle ne parût en 1739. Le haſard, que je prends ici pour une combinaiſon inconnue de cauſes variables, n'admet point une ſi grande uniformité; ou, pour parler plus exactement, ce ſeroit-là un cas unique entre une infinité de cas très-peu vrai-ſemblables. Cependant, puiſqu'il ſeroit poſſible, on pourroit le ſuppoſer réel, s'il ne s'agiſſoit que d'une très-petite quantité; mais 20 ſecondes & plus en ſont

une trop confidérable, pour n'être que la fomme de ces petites erreurs dont les obfervateurs les plus attentifs ne peuvent quelquefois fe garantir. C'eft ce qui m'a engagé à examiner fcrupuleufement les différentes caufes qui ont pû nuire à la jufteffe de ces obfervations, & à évaluer les effets de ces caufes. Je parle ici de celles qui ne fe préfentent pas au premier coup d'œil, & auxquelles ont fait ordinairement peu d'attention. Je vais rendre compte de cet examen, que je terminerai en propofant ce que je crois le plus vraifemblable & le plus propre à expliquer pourquoi l'erreur de nos premières obfervations en 1739, nous avoit fait conftamment trouver la diftance de l'étoile au zénith, plus petite que la véritable.

ARTICLE VIII.

Examen des différentes caufes qui peuvent nuire à la jufteffe des obfervations.

Des effets du froid & du chaud fur notre Secteur.

J'AI remarqué dans la defcription du Secteur *(art. II)*, que fon limbe étoit formé d'une règle de cuivre, attachée avec des clous de même métal, rivés fur une bande de fer, laquelle étoit foûtenue d'une règle de chan pareillement de fer; ainfi, quoique la matière propre du limbe fût plus fufceptible de dilatation & de condenfation que la bande de fer qui lui fervoit d'appui, ce dernier métal réfiftant à l'effort du cuivre, ne lui permettoit pas de fe dilater, ni de fe contracter plus que le fer même. On peut donc regarder notre Secteur, dont

le limbe ne faiſoit qu'une très-petite partie, comme s'il étoit tout d'une même matière : or on voit que dans ce cas, toutes ſes parties ſe dilateroient & ſe condenſeroient proportionnellement; & par conſéquent, qu'il ne changeroit pas de figure, par les alternatives du chaud & du froid.

Mais quand on ſuppoſeroit que le limbe de cuivre auroit eu la liberté de prendre toute l'extenſion que la chaleur pouvoit lui donner, il n'en réſulteroit encore qu'une très-petite variation dans l'arc qui a ſervi aux obſervations : car le rayon & les autres parties de l'inſtrument, qui ſont de fer, s'alongeant en même temps que le cuivre, & par la même cauſe, le changement de figure qui ſurviendroit à l'inſtrument, ne ſeroit cauſé que par l'excès de la dilatation du cuivre qui forme le limbe, ſur celle du fer qui lui eſt adoſſé.

J'ai trouvé par les expériences dont j'ai déjà parlé, que l'alongement du fer qui répondoit à une différence de dix degrés de chaleur, indiquée par le Thermomètre de M. de *Reaumur* (c'eſt-à-dire, à une augmentation de la centième partie du volume qu'occupe la liqueur lors de la congélation), étoit de 0,^{ligne} 012 ſur la longueur d'une toiſe.

Si, d'après ces expériences, & en ſuppoſant que le rapport de la dilatation du fer à celle du cuivre eſt comme 8 à 11, on prend la peine de calculer de combien la partie de notre limbe de cuivre, qui répondoit à l'arc de 1 degré $\frac{2}{3}$, a dû s'alonger plus que le fer, & quelle différence cet alongement a dû produire ſur l'amplitude de cet arc; on trouvera que la différence répond à peine à une demi-ſeconde pour dix degrés de variation dans le Thermomètre : ce qui, comme on voit, n'eſt qu'une quantité imperceptible.

Que ſera-ce ſi l'on fait attention que dans les lieux frais & bas, où nous avons toûjours fait nos obſervations, & dont nous avions ſoin d'interdire l'accès à l'air extérieur, le Thermomètre varioit à peine du tiers de la quantité ſuppoſée? On voit bien que quand même on admettroit un plus grand rapport entre les dilatations du fer & du cuivre, les variations n'iroient jamais qu'à une petite fraction de ſeconde; & par conſéquent il eſt démontré que l'action du froid & du chaud ſur notre Secteur n'a pû cauſer que des changemens fort au deſſous de ceux que les bornes de nôs ſens nous permettent d'apercevoir.

Cette température toûjours à peu près égale de nos obſervatoires, & les précautions que nous avons toûjours eues de ne découvrir l'ouverture du toit, qui répondoit à la lunette, qu'au moment de l'obſervation, doivent autant nous raſſurer ſur la crainte du relâchement des ſoies poſées au foyer du Micromètre, que ſur les effets de la dilatation du limbe par la chaleur. D'ailleurs, la ſituation du Secteur approchoit ſi fort de la verticale, que la projection de la courbure, produite par le poids des fils relâchés, ne pouvoit jamais différer ſenſiblement de la ligne droite.

ARTICLE IX.

Suite de l'examen des différentes cauſes &c.

De la flexion de l'Inſtrument dans le plan du Limbe.

JE confonds ici la flexion de l'inſtrument avec celle de la lunette, & elles ne doivent pas être diſtinguées dans notre

Secteur, non plus que dans celui de M. *Graham,* qui a servi aux observations du Nord. Quelque différent que fût le nôtre dans sa construction, de celui-ci, ils avoient tous deux cela de commun, que la lunette, dans l'un & dans l'autre, étoit précisément de la même longueur que le rayon de l'instrument, & pouvoit être prise pour le rayon même. Celle de notre Secteur étant, comme je l'ai expliqué *(article 11)*, appliquée le long de la barre de fer qui formoit le rayon, participoit à tous ses mouvemens. C'est du moins ce que je suppose quant à présent; & il ne s'agit dans cet article que d'examiner combien la barre de fer, qui formoit le rayon du Secteur, lequel étoit adossé à la lunette, & que je ne distingue pas ici de la lunette même, a dû fléchir & se courber par son propre poids pendant nos observations, & de combien cette courbure a pû changer l'amplitude de l'arc observé sur le limbe.

Je cherche d'abord si l'erreur qu'a pû causer cette flexion a dû augmenter ou diminuer la distance apparente de l'étoile au zénith. Il s'agit de la flexion dans le plan du limbe, ou dans le plan du Méridien, ce qui revient ici au même.

Planche I, fig. 8. Il faut remarquer que de la manière dont notre instrument étoit suspendu, ses deux extrémités étoient appuyées, l'une sur le colier *K* de suspension, l'autre sur l'une des vis de régie *n*, *n*; & par conséquent la convexité de la courbure devoit être en dessous, au contraire de ce qui seroit arrivé si le Secteur eût été suspendu par son centre de gravité, vers le milieu de la longueur de son rayon, comme lors de notre observation de l'obliquité de l'Ecliptique en 1736 & 1737. On voit bien que les effets de la courbure doivent être totalement opposés dans ces deux cas.

La

La Figure repréſente le rayon viſuel dirigé à l'aſtre dont on obſerve la diſtance au zénith ; & pour éviter la confuſion, l'on n'y a pas diſtingué la lunette du rayon *C A*, ſur lequel elle eſt appliquée. Si ce rayon vient à fléchir par ſon propre poids, ſuivant la courbe *C E A;* le limbe, ou pluſtôt la ligne *A B* qui le repréſente ici, & qui fait un angle droit avec le rayon *C A*, deviendra d'autant plus oblique à l'égard du fil-à-plomb *C P*, que la courbure *C E A* ſera ſuppoſée plus grande. Cette même ligne ſera, par exemple, tranſportée par la flexion du rayon, de *A B* en *A b*. Le fil-à-plomb coupera donc le limbe du Secteur en *b*, à une plus grande diſtance de *A* que dans ſa première ſituation *A B;* & par conſéquent il marquera un plus grand nombre de degrés ſur le limbe, quoique l'angle *A C B*, entre le rayon viſuel *A C* & le fil-à-plomb *C b*, demeure le même.

Pour ne pas embrouiller la Figure, on a auſſi ſuppoſé que le point *A* reſtoit le même après la flexion du rayon. Quoique cette flexion doive le rapprocher du point *C*, c'eſt d'une quantité qui ne ſauroit mériter qu'on y faſſe la moindre attention, puiſqu'elle ne ſeroit que de $\frac{1}{850}$ de ligne, dans le cas où la flèche *D E* de la courbure ſeroit d'une ligne entière.

La courbure du rayon, par la nature de la ſuſpenſion de notre Secteur, devoit donc augmenter la diſtance apparente au zénith: ainſi la flexibilité de l'inſtrument, moins ſolide dans les premières obſervations qu'il ne l'a été depuis, n'a nullement contribué en 1739 à nous faire trouver la diſtance de l'étoile au zénith de *Tarqui* moins grande que la véritable. C'eſt une réflexion que je communiquai à M. *Bouguer* en lui écrivant de *Tarqui* à *Quito* en 1742, & en lui propoſant mes conjectures, ſur le défaut de nos anciennes obſervations.

Mais en quelque ſens que ſe trouvât l'erreur cauſée par la flexion du rayon, elle ne pouvoit jamais être d'une dangereuſe conſéquence, vû la conſtruction particulière de notre Secteur, dans lequel la lunette étoit égale au rayon, & l'objectif répondoit au centre.

Pour m'aſſurer qu'on pouvoit négliger cette erreur, & avant que d'avoir tenté aucune expérience ſur la flexion des barres de métal, j'avois fait une ſuppoſition forcée & hors de la vrai-ſemblance, & cherché quelle ſeroit l'erreur dans ce cas. J'avois ſuppoſé qu'en écartant la lunette de la ligne verticale d'un degré & demi, ce qui étoit l'inclinaiſon moyenne qui convenoit à nos obſervations, la flexion du rayon, cauſée par ſon propre poids, lui feroit prendre une courbure *CEA* telle que *EA* fît un angle de 10 minutes avec la ſituation primitive du rayon *CA;* ce qui donneroit $2\frac{1}{2}$ lignes à la flèche *DE;* & j'avois trouvé dans cette ſuppoſition, que la diſtance apparente au zénith ſeroit augmentée de moins d'une demi-ſeconde : réſultat très-conforme à ce que M. de *Maupertuis* * a remarqué ſur ce ſujet.

Je jugeois que la flexion du rayon étoit beaucoup moindre que je ne l'avois ſuppoſée; mais pour ne rien admettre gratuitement, j'ai, depuis ce temps-là, meſuré la courbure d'une barre de fer plate, poſée horizontalement, & ſoûtenue par ſes deux extrémités, en ſorte que ſa longueur entre les deux appuis étoit de douze pieds : j'ai fait enſuite couper cette barre ; & j'ai meſuré la courbure d'une portion longue de ſix pieds que j'en avois retranchée. J'ai conclu des meſures actuelles, doublées par le renverſement de la barre, que la flèche de l'arc de cette

* Figure de la Terre déterminée &c. Diſcours &c. *page 67.*

dernière courbure étoit environ la dix-ſeptième partie de l'autre flèche; ce qui approche beaucoup du rapport des quatrièmes puiſſances des longueurs que les flexions doivent ſuivre; comme M. *Daniel Bernoulli* l'a déduit de pluſieurs expériences ingénieuſes, & l'a démontré dans la Pièce qui a remporté le prix de l'Académie en 1743. J'ai fait d'autres épreuves ſur la même barre, en la poſant tantôt à plat ſur ſa plus grande largeur, tantôt de chan ſur ſa plus étroite dimenſion; & j'ai trouvé que les flèches des différens arcs de courbure d'une même barre, poſée ſur ſa face la plus large ou la plus étroite, ſuivoient aſſez exactement la raiſon inverſe des quarrés de la dimenſion qui ſe trouvoit poſée verticalement dans chaque expérience.

Les meſures de notre Secteur étant connues, on peut conclurre des expériences précédentes la courbure qu'a dû contracter ſon rayon.

La barre qui formoit le rayon de notre Secteur ayant trois pouces de large ſur douze pieds de long, il a réſulté de toutes mes expériences, à quelques variétés près, qui ne peuvent manquer de ſe rencontrer dans le phyſique, que la flèche de la courbure que la barre devoit prendre dans une poſition horizontale de chan, n'étoit que d'environ une ligne : mais en approchant cette barre de la ſituation verticale, le poids qui cauſe ſa courbure agit par un levier plus court; & ce levier ſe raccourcit comme le ſinus de l'angle d'inclinaiſon avec la verticale. Donc en ſuppoſant que la courbure diminue dans le même rapport, celle du Secteur, dirigé à $1\frac{1}{2}$ degré du zénith, ne ſera plus que la 38[e] partie de celle qu'il avoit étant poſé horizontalement. La flèche de la courbure horizontale étoit de 1 ligne; elle ne ſera plus que de $\frac{1}{38}$ de ligne, c'eſt-à-dire, preſque la centième partie de

ce que je l'avois ſuppoſée, en donnant 2 $\frac{1}{2}$ lignes de longueur à *DE*. L'erreur, qui eût été en ce cas d'une demi-ſeconde, & par conſéquent imperceptible, ſera donc déſormais cent fois trop petite pour être aperçûe. J'ai donc pû négliger ſans ſcrupule dans le calcul précédent le poids de la lunette, ainſi que celui de la règle de chan adoſſée au rayon du Secteur; & cela quand on voudroit ſuppoſer la flexion du tout, double ou triple, ou même décuple de celle que prendroit la barre toute ſeule.

Il s'enſuit de tout ceci, que ni la flexion du rayon provenante de ſon propre poids, ni celle d'une lunette de même longueur, appliquée ſur le rayon, & faiſant pour ainſi dire corps avec lui, n'ont pû cauſer aucune erreur ſenſible dans nos obſervations.

J'ai épargné au Lecteur le détail des calculs précédens, & de pluſieurs autres qu'il m'a fallu faire, à quoi il n'y a de mérite que le courage néceſſaire pour en ſurmonter l'ennui.

ARTICLE X.

Continuation du même ſujet.

De la flexion du rayon dans le plan perpendiculaire à celui de l'inſtrument; & du paralléliſme de la lunette à ce même plan.

TOUT ce qui a été dit juſqu'ici de la flexion du rayon, ne regarde que celle qui peut ſe faire dans le plan du Secteur.

Quant à la flexion dans le ſens perpendiculaire à ce même plan, elle ne pourroit être d'une conſéquence dangereuſe, qu'autant qu'elle altéreroit la figure de l'inſtrument, en changeant la poſition du centre à l'égard de l'arc; & c'eſt ce qui n'a pû

arriver dans notre Secteur: car ſuppoſant, contre toute vraiſemblance, que la barre de fer *D C*, qui portoit la lunette, ſe ſût courbée en avant ou en arrière, malgré la règle de chan *J J* qui ſoûtenoit cette barre, la courbure, quelque conſidérable qu'elle eût pû être, n'eût pas changé le vrai rayon du Secteur, c'eſt-à-dire, la diſtance du centre *I* à l'arc α ω, tracé ſur le limbe; puiſque cet arc a toûjours été décrit, l'inſtrument étant déjà monté, & ſuſpendu verticalement, dans la même ſituation où il a été maintenu depuis, laquelle a été conſtatée à chaque obſervation, en examinant ſi le fil-à-plomb pendant librement du centre raſoit le limbe ſans y toucher. Planche II.

La poſition du centre à l'égard de l'arc ne pouvant varier; la lunette, parallèle ou non au plan du Secteur, conſervera toûjours la même ſituation à l'égard de ce plan, pourvû qu'elle y ſoit fermement attachée. Mais ce n'eſt point aſſez pour un Obſervateur exact d'être aſſûré que l'angle de ſa lunette, avec le plan de ſon Secteur, eſt conſtant, & qu'il ne peut changer d'une obſervation à l'autre: il faut réduire cet angle à zéro, & rendre la lunette exactement parallèle au plan du Secteur; ou tout au moins il faut pouvoir meſurer cet angle avec préciſion, pour être en état de calculer de combien le défaut de parallélíſme de la lunette, peut changer la diſtance apparente de l'étoile au zénith.

La vérification au zénith par la demi-révolution du Secteur ſur ſon axe, eſt une opération difficile & peu uſitée. Elle n'a guère été employée juſqu'ici, qu'à reconnoître de combien la lunette étoit écartée, dans le plan du Secteur, du commencement de la graduation; ce qui eſt ordinairement le point le plus important à vérifier dans les obſervations.

Mais ce moyen imaginé par M. *Picard*, peut ſervir à reconnoître de combien la lunette s'écarte du plan du limbe, tout auſſi-bien qu'il ſert à vérifier, ſi, dans le plan du limbe, elle s'éloigne du commencement des diviſions. Je ſuppoſe la Méridienne tracée, le limbe du Secteur bien arrêté dans le plan du Méridien, la lunette pointée à la hauteur où doit paſſer l'étoile, l'inſtrument bien calé. Tout étant ainſi diſpoſé, on attendra l'heure de la médiation qu'on aura calculée d'avance. Si la lunette fait un angle avec le plan du Secteur, & par conſéquent avec le Méridien, l'étoile paſſera dans la lunette pluſtôt ou plus tard que l'heure du calcul; pluſtôt, ſi la lunette eſt pointée trop à l'orient; plus tard, ſi elle incline vers l'occident. Suppoſé que ce ſoit de quatre ſecondes, onen pourra conclurre, dans le pays où nous étions, que l'angle de la lunette, avec le plan du Secteur, eſt d'une minute. Cet angle ſera plus ou moins grand, à proportion du nombre de ſecondes dont le paſſage de l'étoile dans la lunette avancera ou retardera ſur l'heure de la médiation.

Pour une plus grande ſûreté, on retournera l'inſtrument en ſens contraire : l'étoile, comme on le voit, doit paſſer au fil vertical de la lunette, dans une des ſituations du Secteur, autant de ſecondes avant l'heure de ſa médiation, que de ſecondes après, dans la ſituation inverſe. S'il y avoit quelque différence, ce ſeroit une preuve d'erreur dans l'heure calculée, ou dans la direction du plan du Secteur. On a des moyens de vérifier l'une & l'autre.

L'angle de la lunette, avec le plan du limbe, étant une fois connu, on aura tout ce qu'il faut pour calculer de combien on a pû être trompé ſur la diſtance apparente de l'étoile au zénith, & juger par-là ſi l'erreur mérite conſidération. En ce cas, il ſera plus commode de corriger la déviation même

de la lunette, en touchant à l'objectif, & en l'approchant ou en l'éloignant du plan de l'inſtrument, de la petite quantité néceſſaire pour rendre l'axe optique de la lunette parallèle au plan du Secteur. Cette quantité, toûjours proportionnelle à la longueur du rayon, ſera aiſée à trouver. Dans notre Secteur de douze pieds de rayon, elle étoit d'une ligne, pour 8 ſecondes de différence dans l'heure de la médiation.

Si l'on avoit commencé à obſerver, avant que d'avoir une Méridienne tracée, il ſeroit encore poſſible de meſurer l'angle de l'axe de la lunette avec le limbe, pourvû qu'on eût l'heure de la médiation de l'étoile avec beaucoup de préciſion; comme, par exemple, ſi l'on s'en étoit aſſuré par pluſieurs hauteurs correſpondantes de la même étoile. Voici en ce cas comme on pourroit y réuſſir. On dirigeroit d'abord la lunette à l'aſtre, en ſorte qu'il paſſât au centre des fils à l'inſtant précis de la médiation : par-là on ſeroit ſûr que l'axe optique de la lunette ſeroit exactement dans le plan du Méridien : enſuite deux fils-à-plomb attachés aux deux extrémités de la lunette, pourroient ſervir à rendre ce plan ſenſible, & à reconnoître s'il eſt parallèle à celui du Secteur. Mais plus l'aſtre eſt voiſin du zénith, moins cette méthode eſt praticable.

Si notre Secteur n'eût pas été dirigé exactement dans le plan du Méridien lors de nos obſervations de 1739, ou ſi l'étoile n'eût pas été obſervée à l'heure préciſe de la médiation, nous euſſions trouvé, par cela ſeul, une fauſſe diſtance au zénith; mais on a vû dans le procès verbal ci-deſſus, avec quel ſcrupule le concours de ces deux circonſtances a été obſervé. Leur omiſſion n'a donc pû avoir aucune part au défaut de ces obſervations; & je puis, par conſéquent, me diſpenſer d'évaluer la

quantité d'une erreur que nous n'avons point commiſe.

Les réflexions précédentes, & d'autres du même genre, n'ont dû ſe préſenter & ſe développer qu'à meſure que les circonſtances, les difficultés, & la répétition fréquente des obſervations, y ont donné lieu : ainſi il n'eſt pas étonnant que nos premiers eſſais ſe ſoient reſſentis du peu d'expérience que nous avions tous alors dans une ſorte d'obſervation rare & peu familière aux Aſtronomes les plus exercés. Au reſte, l'application nouvelle que je viens de faire, de la méthode de M. *Picard* pour vérifier l'inſtrument au zénith par le renverſement, a dû ſe préſenter tôt ou tard à ceux qui, comme nous, ont été dans le cas de faire un grand nombre d'obſervations de diſtances d'étoiles au zénith. Ainſi quoique cet Aſtronome, & ceux qui ont obſervé dans les mêmes circonſtances que nous, n'aient pas preſcrit explicitement la vérification du paralléliſme de la lunette au plan du Secteur, laquelle ſe déduit des mêmes principes que la vérification ordinaire; je me garderois bien d'en conclurre qu'ils ne l'ont pas employée, & qu'ils n'ont pris aucune précaution contre les erreurs de l'inclinaiſon de la lunette ſur le plan de l'inſtrument.

ARTICLE XI.

Continuation du même ſujet.

De la cauſe qui a pû augmenter la diſtance apparente de l'étoile au zénith, à Tarqui *en 1739.*

J'OMETS ici l'examen de pluſieurs cauſes d'erreur, différentes des précédentes, & le détail des attentions que nous avons eues pour nous en garantir; parce qu'il en ſera fait mention dans

dans le procès verbal des obſervations faites à *Cotcheſqui* en 1740, & dans l'article où je rendrai compte des nouvelles précautions que j'ai priſes en obſervant à *Tarqui* en 1742 & 1743. Il ſuffit de remarquer ici que toutes ces ſources d'erreur, tant celles qui ont fait le ſujet des articles précédens, que celles qui me reſtent à examiner, étoient également propres à augmenter & à diminuer la diſtance apparente de l'étoile au zénith; outre que les variations qu'elles pouvoient occaſionner dans cette diſtance n'auroient produit que quelques ſecondes de plus ou de moins. On ne peut donc imputer à aucune de ces cauſes le défaut de nos premières obſervations, par leſquelles la diſtance de l'étoile au zénith de *Tarqui* nous parut conſtamment de 19 à 27 ſecondes plus petite en 1739 qu'en 1741, 1742 & 1743. Tâchons de développer le principe de cette erreur conſtante dans le même ſens: c'eſt en partant de faits certains, que je vais eſſayer de remonter à ſa ſource.

Si jamais on a pû regarder une obſervation comme très-exacte; c'eſt, ſans contredit, celle de la diſtance de l'étoile ε d'*Orion* au zénith de *Tarqui*, à laquelle nous nous ſommes arrêtés, & dont je vais bien-tôt rendre compte. Cette détermination, fruit de près de deux années de travail, eſt conforme au réſultat de pluſieurs Suites d'obſervations indépendantes l'une de l'autre, faites à diverſes repriſes pendant le cours de l'année 1741 par M. *Bouguer*: je l'ai trouvée la même à la fin de l'année ſuivante, & pendant pluſieurs mois en 1743, avec le Secteur nouvellement reconſtruit, & par un nouvel arc; tellement que la différence entre le réſultat de M. *Bouguer* & le mien, eſt à peine de deux ſecondes, lorſqu'on a égard à toutes les équations connues. Nous avions, lui & moi, redoublé de ſoins,

d'attentions & de ſcrupules dans ces dernières obſervations; & la ſolidité de l'inſtrument étoit alors à toute épreuve. Tant d'uniformité dans des circonſtances ſi différentes, & un ſi grand nombre de confirmations, ne laiſſent plus lieu à aucun doute. Nous pouvons donc regarder la diſtance de ε d'*Orion* au zénith de *Tarqui*, obſervée en 1741, 1742 & 1743, comme la véritable. Ceci poſé, voici comme je raiſonne.

Planche I, fig. 9.

Nous n'avons pû trouver en 1739 la diſtance de cette même étoile au zénith, conſtamment plus petite que la vraie, que parce que l'arc *A* ω, tracé ſur le limbe, & terminé par le fil-à-plomb *CP*, cet arc, que nous prenions pour meſure de la diſtance verticale obſervée, étoit plus petit que l'arc qui la meſuroit réellement. Or pour que cela ſoit arrivé, il faut néceſſairement que le rayon viſuel *Ac*⁎, dirigé de l'œil à l'étoile, ait été tranſporté (par quelque cauſe que ce puiſſe être) de *AC* en *Ac*. En ce cas, & non autrement, l'angle apparent *ACP*, entre le rayon *CA* du Secteur & le fil-à-plomb *CP*, aura été plus petit que l'angle vrai entre le rayon viſuel *Ac*, dirigé à l'étoile, & la ligne verticale *cp*; alors quoique la vraie diſtance de l'étoile au zénith fût meſurée par l'arc *Ao*, on aura pris l'arc *A* ω pour ſa meſure, & par conſéquent on aura jugé la diſtance au zénith trop petite. Pour qu'on ait commis la même erreur dans les deux ſituations de l'inſtrument, il faut que tout ce que je viens de ſuppoſer ſoit encore arrivé lorſque le Secteur ayant été retourné en ſens contraire, & le point *A* reſtant au même lieu, le point α s'eſt trouvé répondre au point ω, & réciproquement.

Juſqu'ici je n'ai tiré que des conſéquences néceſſaires & évidentes; il me reſte à chercher ce qui a pû tranſporter

conſtamment le rayon viſuel de *A C* en *A c* dans les deux ſituations inverſes du Secteur.

En examinant *(art. IX & X)* les effets de la flexion de notre inſtrument en différens plans, je n'ai pas diſtingué la lunette du rayon, ſur lequel elle étoit appliquée; & j'ai comparé à cet égard notre Secteur à celui de M. *Graham,* dans lequel il n'y a d'autre rayon que la lunette même qui porte le limbe; ce qui fait que la lunette & le rayon peuvent rigoureuſement y être pris l'un pour l'autre. Il eſt vrai que nous avons pû ſuppoſer la même choſe de notre inſtrument, à l'égard de nos dernières obſervations en 1741, 1742 & 1743; parce qu'alors les fourchettes de fer Z Z ſervant de ſupport à la lunette, avoient été raccourcies de moitié au moins, parce qu'on en avoit multiplié le nombre, & qu'enfin la lunette avoit été affermie ſur le rayon avec de nouvelles précautions dont il ſera parlé plus bas. On a pû auſſi confondre la lunette avec le rayon dans le nouveau Secteur de huit pieds de rayon, qui ſervit à *Cotcheſqui* en 1742 à M. *Bouguer,* vû l'attention expreſſe qu'il apporta ſur ce point, dont nous avions reconnu toute l'importance. Mais il faut avouer qu'il n'en étoit pas de même dans le temps de nos premières obſervations à *Tarqui* en 1739: alors la lunette, dans une longueur de douze pieds, n'étoit ſoûtenue que par trois fourchettes aſſez foibles, & dont la diſtance au corps de l'inſtrument étoit de ſept pouces; ce qui faiſoit un long levier, à l'extrémité duquel le poids de la lunette pouvoit agir ſenſiblement. Voyons quel a dû en être l'effet. Planche III.

Ces fourchettes ou ſupports étant perpendiculaires au plan du Secteur; c'étoit ſur-tout dans le ſens de leur direction que devoit s'exercer l'action du levier; &, à cet égard, elle devoit

ſe réduire à approcher la lunette du plan du Secteur, toûjours parallèlement à elle-même, & plus ou moins près, ſelon que le poids de la lunette eût fait plier plus ou moins les fourchettes: comme deux *règles parallèles* s'approchent d'autant plus, que les traverſes qui les joignent deviennent plus obliques. Or on voit que ce mouvement de la lunette ne pouvoit rien changer à la diſtance apparente de l'étoile au zénith, pourvû qu'il ſe fît parallèlement au plan du Secteur; comme il ne nous eſt pas permis d'en douter, puiſque l'étoile paſſoit en effet à l'heure calculée de ſa médiation, dans les deux ſituations inverſes de l'inſtrument, ainſi que le procès verbal en fait foi.

Ce n'eſt donc pas la flexion dans le plan perpendiculaire au limbe; & c'eſt ſeulement la flexion dans le plan du limbe, qui a pû tranſporter le rayon viſuel de AC en Ac: tranſport qu'il eſt néceſſaire d'admettre pour expliquer comment la diſtance au zénith a pû être trouvée conſtamment trop petite. Voyons ce que les ſupports trop longs de la lunette ont pû opérer en ce ſens. Qu'on ſuppoſe que la fourchette ſupérieure étoit plus foible que les autres: il ſe ſera fait néceſſairement un pli au tuyau de la lunette vers le point E, à quoi le poids de la monture de l'objectif aura pû contribuer *. Cette ſuppoſition n'a rien de contraire à la vrai-ſemblance; & ſi on l'admet, tout s'expliquera très-naturellement. $C\alpha\omega$ repréſente le plan du Secteur; C eſt le centre; $\alpha\,\omega$ eſt l'arc tracé ſur le limbe; CA, le rayon ſur lequel la lunette étoit appliquée, à 7 pouces de

Planche I, fig. 9.

* Cette monture étoit compoſée d'un bout de tuyau de cuivre, de trois plaques de même métal, dont deux aſſez épaiſſes, & de quatre vis: le tout enté à l'extrémité d'un tube d'une ſimple feuille de fer blanc, de deux pouces de diamètre.

diſtance, dans un plan parallèle au plan du Secteur & perpendiculaire à celui de la Figure; ce qui empêche d'y pouvoir repréſenter les trois ſupports qui répondoient aux points *1, 2, 3,* du rayon *CA.* Le pli que nous ſuppoſons, qui ſe ſera fait à la lunette vers *E* par la foibleſſe du ſupport *3*, & peut-être par le poids de la monture de l'objectif, aura tranſporté l'extrémité de la lunette de *C* en *c*: la même choſe ſera arrivée lorſque l'inſtrument aura été retourné ſur ſon axe *CA*, & que le point *α* & le point *ω* auront mutuellement changé de place: le tout ſans que le centre *C* du Secteur, d'où pend le fil-à-plomb, ait changé de ſituation. Dans l'une & dans l'autre poſition du Secteur, l'angle apparent *ACp*, compris entre le rayon *AC* & le fil-à-plomb *CP,* qui battoit ſur le limbe au point *ω* ou au point *α*, aura été plus petit que l'angle véritable *Acp*, compris entre le rayon viſuel, tranſporté par la flexion de la lunette de *AC* en *Ac*, & la verticale *cp* parallèle à *CP.* Cette cauſe agiſſant conſtamment, & tendant également dans les deux ſituations de l'inſtrument, à augmenter la diſtance apparente de l'étoile au zénith, doit avoir produit une erreur conſtante, & du même ſens: laquelle ſe combinant avec d'autres petites erreurs variables, aura paru tantôt plus, tantôt moins grande; mais toûjours dans le ſens où agiſſoit la cauſe principale & dominante. Toute erreur ſemblable, & procédant d'une courbure de la lunette par ſon poids, ne peut être reconnue par le renverſement*: c'eſt ce que M. de *Maupertuis* a déjà remarqué & expliqué. Cette opération ne peut ſervir qu'à vérifier la poſition d'une lunette ſuppoſée inflexible.

Il faut avouer que l'étoile que nous obſervions ne paſſant

* Figure de la Terre déterminée &c. Diſcours &c. *page 67 & 68.*

guère qu'à 1 $\frac{2}{3}$ degré du zénith à *Tarqui*, il n'eſt pas aiſé de concevoir que la lunette, dans une ſituation qui différoit ſi peu de la verticale, ait pû s'arquer par ſon propre poids, en y ajoûtant même celui de la monture de l'objectif; mais j'avoue que je ne vois point d'autre manière d'expliquer le tranſport réel & conſtant du rayon viſuel, de *AC* en *Ac*. M. *Bouguer* l'aura peut-être fait plus heureuſement. Quoi qu'il en ſoit, il eſt certain que depuis que les fourchettes ont été raccourcies, que leur nombre a été augmenté, & que la lunette a été affermie & aſſurée par pluſieurs liens dans toute ſa longueur ſur le rayon du Secteur; la diſtance au zénith a été trouvée conſtamment plus grande qu'auparavant, & toûjours ſenſiblement la même à chaque obſervation.

Au reſte, comme une demi-ligne répondoit ſur le limbe de notre Secteur à une minute de degré, il ſuffit que le bout objectif de la lunette ait varié d'un ſixième de ligne, pour avoir produit une erreur conſtante de 20 ſecondes dans la diſtance au zénith.

ARTICLE XII.

Premières obſervations faites à Cotcheſqui, *extrémité ſeptentrionale de la Méridienne; en Février, Mars & Avril 1740.*

AUSSI-TOST que nous eûmes terminé notre travail à une extrémité de la Méridienne, nous nous hâtâmes de paſſer à l'autre, pour mettre le moindre intervalle poſſible entre nos obſervations aux deux bouts de l'arc meſuré. J'obſervois encore à *Tarqui* le 13 Janvier 1740; & dès le 12 Février ſuivant, le

Secteur étoit prêt pour l'obſervation, à plus de quatre-vingts lieues de diſtance; quoiqu'il eût fallu le porter à bras, par des chemins difficiles, & que M. *Bouguer* eût été obligé de s'arrêter pluſieurs jours à *Quito*, pour faire faire à cet inſtrument pluſieurs réparations qui avoient été jugées néceſſaires. Les réponſes qu'il me fallut faire à mon arrivée en cette ville, aux lettres que je reçûs du Viceroi &c. ſur les affaires dont j'ai parlé, m'y retinrent deux ou trois jours après le départ de M. *Bouguer*. Je l'allai joindre à ſix lieues de *Quito*, ſur la montagne de *Mohanda*, où nous étions convenus de terminer notre meſure du Méridien du côté du Nord. Je le trouvai tout établi, & l'inſtrument déjà monté à *Cotcheſqui*, maiſon de campagne où il s'étoit arrêté, & qui eſt ſituée à la vûe de notre première Baſe & de nos premiers Triangles, avec leſquels il étoit aiſé de lier notre nouvel obſervatoire. Je vérifiai le 18 la grandeur de l'arc tracé par M. *Bouguer*. Les jours ſuivans, nous commençâmes à obſerver.

Au lieu de m'étendre ſur ces obſervations, je ferai beaucoup mieux de tranſcrire ici le détail qu'en a donné M. *Bouguer* dans un procès verbal qu'il a rédigé à *Cotcheſqui* même, & fait certifier & légaliſer à *Quito* par trois Notaires, comme le précédent l'avoit été à *Cuenca* par le Corps de Ville.

EXTRAIT du Procès verbal des Obſervations faites à Cotcheſqui *en 1740.*

J'ai cru devoir ſupprimer dans cet extrait quelques détails étrangers aux obſervations qui ſont la matière du procès verbal.

«.... On avoit *(c'eſt M. Bouguer qui parle)* aſſez reconnu à *Tarqui* lorſqu'on démonta *(l'inſtrument)*, que ſes aſſemblages ne «

» pouvoient souffrir aucun changement *(a)*; & que s'il y avoit
» quelque dérangement à craindre, il ne pouvoit venir que de la
» lunette, appliquée à une trop grande distance du plan du
» Secteur. Cependant je fis non seulement raccourcir les four-
» chettes qui soûtenoient cette lunette, les réduisant à 3 ½ pouces,
» d'environ 7 qu'elles avoient; mais je fis fortifier la brisure du
» milieu du rayon du Secteur par deux nouvelles bandes de
» fer, arrêtées chacune par plusieurs vis; & je fis outre cela
» souder à *Cotchesqui* le Micromètre même à la lunette, après
» avoir déjà mis de fortes ligatures de fil de fer. Il n'est pas
» besoin d'insister sur toutes les autres précautions que j'ai prises
» ensuite avec le même soin que je l'avois fait à l'autre extré-
» mité, soit pour rendre la lunette parallèle au plan de l'ins-
» trument, soit pour rendre les soies du Micromètre perpen-
» diculaires au limbe, soit pour les mettre exactement au foyer
» de l'objectif pour les objets célestes, soit enfin pour tracer
» sur le limbe un arc dont la corde fût une partie aliquote
» exacte du rayon. Ayant reconnu dès le 14 Février, par une
» détermination un peu anticipée *(b)*, mais qui s'est trouvée
» plustôt confirmée que corrigée par le Triangle que nous avons
» formé depuis, & dont M. de la *Condamine* & moi venons
» actuellement de mesurer les angles, que notre observatoire
» étoit à un peu moins de 425 toises plus au Nord que le
» Signal de *Tanlagoa*, je savois très-exactement notre latitude,

(a) Si nous l'avons cru alors, nous nous sommes bien désabusés depuis sur cet article.

(b) Par une autre détermination plus directe & faite plus à loisir, nous trouvâmes depuis, chacun de notre côté, seulement 414 ou 415 toises. *Voyez Table I des Triangles, Tr. XXXIII, Col. XI.*

& que

& que le double de la distance de l'étoile ε d'*Orion* à notre «
zénith, que les observations nous fourniroient immédiatement, «
seroit d'environ 2ᵈ 52': c'est pourquoi je me determinai à «
donner pour corde à l'arc la 20ᵉ partie du rayon; ce qui «
rendoit cet arc de 2ᵈ 51' $54\frac{1}{4}$", & le Micromètre devoit sup- «
pléer au reste. Pendant que toutes ces choses se faisoient, on «
travailloit à obtenir une Méridienne dans notre observatoire «
en réglant une Pendule par des hauteurs correspondantes, que «
M. *Verguin* s'étoit chargé de prendre, & qu'il a aussi toûjours «
prises depuis. Cette Méridienne, indiquée comme à *Tarqui* «
par un long assemblage de cheveux, fut vérifiée encore le 17 «
Février par des hauteurs prises le matin, desquelles je me servis «
pour constater l'état de la Pendule; & tout étant disposé le «
même jour...... Nous convînmes, M. de la *Condamine* & «
moi, d'observer alternativement. Voici nos observations. «

*Premières observations de la distance de l'étoile ε d'*Orion *au zénith de* Cotchesqui, *faites par le moyen d'un arc de 2ᵈ 51' $54\frac{1}{4}$".*

Le limbe de l'instrument étant tourné vers l'occident.	Le 19 Février 1740	28 part. add. microm.
	Le 21................	22
	Le 22................	17
Le limbe étant tourné vers l'orient.	Le 1ᵉʳ Mars 1740	29 part. add. microm.
	Le 2	21
	Le 5	33
	Le 8	28
	Le 9	28

Nous retournâmes ensuite l'instrument, en présentant le «
limbe vers l'occident, dans l'intention de joindre quelques nou- «
velles observations à celles des 19, 21 & 22 Février, & de «
nous démontrer à nous-mêmes qu'il n'y avoit eu aucun déran- «
gement; mais un vent très-fort qui s'éleva la nuit du 9 au «

» 10 Mars, & qui continua jusqu'au 11 matin, renversa non
» seulement le cuir qui fermoit l'ouverture du toit de l'obser-
» vatoire, en rompant diverses cordes, mais un second cuir qui
» étoit beaucoup au dessous; & qui étant appliqué sur un chassis,
» couvroit immédiatement l'instrument: ce vent fit, pour ainsi
» dire, pleuvoir les tuiles; nous en trouvâmes divers éclats tout
» autour de l'instrument, avec des fragmens de chaux ou de
» mortier; & on ne pût pas empêcher le 10 matin, pendant
» que nous étions tous occupés à réparer ces désordres causés
» pendant la nuit, & à tâcher de les prévenir pour une autre
» fois, qu'une tuile entière ne tombât en notre présence, non
» pas sur le Secteur, mais sur le banc qui l'arrête par en bas,
» & qui pouvoit lui transmettre une partie du coup: je ne sais
» pas même s'il ne fit que du vent; car une muraille, dans un
» autre endroit de la maison, s'écroula pendant la nuit; deux
» pendules, que nous avions dans l'observatoire, se dérangèrent,
» & la révolution diurne de l'une, réglée sur le temps moyen,
» changea de près d'une minute. Tout cela nous fit craindre quel-
» que changement dans l'instrument, & il y en eut un effecti-
» vement qui fut tel, que quoiqu'il n'intéressât en rien la soli-
» dité ou la fermeté de ses parties, comme je le reconnus par
» l'examen que j'en fis, & par la manière dont le moindre coup
» d'ongle faisoit frémir tout le Secteur, l'étoile qui passoit toû-
» jours au dessus du fil fixe du Micromètre, passa ensuite en
» dessous, lorsque le limbe fut tourné vers l'occident. Ainsi
» nous fûmes obligés de tirer un premier résultat des huit obser-
» vations que nous avions: elles nous apprirent que notre arc
» de $2^d\ 51'\ 54\frac{1}{4}''$ étoit trop petit de 50 parties du Micromètre,
» qui valent presque 22", le double de la distance apparente

de l'étoile ε d'*Orion* au zénith étoit donc de $2^d\ 52'\ 16''$, & cette diſtance de $1^d\ 26'\ 8''$, qu'il faut augmenter de $1''$ pour la réfraction ; le temps nous a enſuite été extrêmement contraire, juſque-là qu'on a eu beaucoup de peine à régler la Pendule.

Secondes obſervations.

Le limbe étant tourné vers l'occident.	Le 11 Mars 1740	44 part. ſouſtr. microm.
	Le 15 Mars	33
Le limbe tourné vers l'orient.	Le 16 Mars	71 part. add. microm.
	Le 19 Avril	63
	Le 20 Avril	70
Le limbe retourné vers l'occident.	Le 25 Avril.	35 part. nég.

Nous trouvons par les ſecondes obſervations, qu'il ne faudroit ajoûter que 31 parties, qui valent, à très-peu près, $13\frac{1}{2}$ ſecondes, à notre arc de $2^d\ 51'\ 54\frac{1}{4}''$: il ne viendroit donc que $1^d\ 26'\ 4''$ pour la diſtance apparente de l'étoile au zénith, & $1^d\ 26'\ 5''$ pour la diſtance vraie. Pluſieurs raiſons nous obligeroient, ce ſemble, à déférer un peu plus à ce ſecond réſultat qu'au premier ; outre que toutes les obſervations qui nous le fourniſſent ont été faites de jour, ſans qu'il ait été néceſſaire d'éclairer les fils, la détermination eſt plus complète, l'inſtrument ayant été tourné & retourné, & nous ſommes ſûrs qu'il n'y a point eu de dérangement dans l'intervalle. Mais ayant meſuré le 26 d'Avril la corde de l'arc, & l'ayant comparée au rayon en la multipliant vingt fois, nous trouvâmes qu'elle formoit une quantité plus grande d'environ $\frac{9}{10}$ de ligne. Nous ne démontâmes l'inſtrument que le lendemain au ſoir, après avoir remeſuré ſon rayon, & avoir examiné ſi ſon centre n'avoit pas changé ; & reconnu auſſi que toutes les parties

» avoient toute la ſolidité poſſible. Lorſque nous eûmes le limbe » entre les mains, nous eûmes plus de commodité à bien me- » ſurer la corde, & nous trouvâmes encore que répétée 20 fois, » elle formoit une quantité plus grande que le rayon ; non pas » de $\frac{9}{10}$ ligne, mais d'environ $\frac{8}{11}$ ligne. Lorſque je limitai l'arc » le 17 Février, je le fis le matin, quand la chaleur étoit à » peu près la même qu'au temps de l'obſervation, qui ſe fai- » ſoit un peu après ſept heures du ſoir : au lieu que les compa- » raiſons des 26 & 27 Avril ſe firent dans le temps de la journée » où le limbe, qui étoit fait de cuivre rouge, avoit dû acquerir » par la chaleur, quoique toûjours à l'ombre, le plus d'exten- » ſion qu'il ſe pouvoit, par rapport à l'aſſemblage des barres » de fer qui formoient le rayon : ainſi cette extenſion peut » avoir eu quelque part à la différence que nous avons trouvée. » Il faut néanmoins que le dérangement que ſouffrit l'inſtru- » ment le 10 Mars, y ait beaucoup plus contribué : car à peine » la chaleur devoit-elle cauſer une différence d'un ſixième ou » d'un ſeptième de ligne ſur la longueur totale ; mais il n'importe » que le changement vienne de l'une ou de l'autre cauſe : nous » l'avons remarqué à peu près vers le temps où ſe faiſoient alors » les obſervations, & il faut donc y avoir égard ; car tous nos » examens réitérés tendent à le confirmer unanimement & ſans » variation ſenſible. L'arc étant trop grand d'environ $\frac{4}{110}$ ligne, » il doit valoir, vû les dimenſions de notre Secteur, environ » $4\frac{1}{2}''$ plus que nous ne l'avions ſuppoſé, & c'eſt un peu plus » de 2 ſecondes à ajoûter au ſecond réſultat ; ce qui donne 1^d » $26' \, 7''$ pour la diſtance vraie de l'étoile au zénith. Comme » cette ſeconde détermination ne diffère après cela que de 2 ſe- » condes de la première $1^d \, 26' \, 9''$, il devient indifférent, ou de

s'arrêter au milieu, ou de déférer un peu plus à la ſeconde. »
Nous prenons $1^d\ 26'\ 8''$; & telle étoit la diſtance vraie du «
côté du Sud de l'étoile ε d'*Orion* au zénith de *Cotcheſqui*, vers «
le milieu du mois dernier. «

En prenant le milieu entre les obſervations faites à *Tar-* «
qui, ce qui me paroît le parti le plus ſûr après y avoir mieux «
penſé, & vû auſſi l'obſervation que M. de la *Condamine* «
obtint le 13 Janvier, l'étoile étoit éloignée du zénith de «
Tarqui, du côté du Nord, de $1^d\ 40'\ 35''$, & tout l'arc de la «
Méridienne, compris entre les obſervatoires de *Tarqui* & de «
Cotcheſqui, eſt de $3^d\ 6'\ 43''$. Il ne reſte plus qu'à augmenter «
cette quantité du changement qu'a pû recevoir la déclinaiſon «
de l'étoile depuis le commencement de Janvier de cette année, «
juſque vers le 15 de Mars : ce changement eſt très-connu, & «
d'ailleurs la ſituation de l'étoile le rend très-petit. Il faut auſſi «
avoir égard aux changemens qui peuvent naître ou de la paral- «
laxe de l'orbe annuel, ou de la nutation de l'axe même de la «
Terre. Je propoſai à M. *Godin*, étant à *Cuenca*, de faire pointer «
ſur l'étoile une lunette rendue fixe, & ſcellée contre un mur, «
pendant le cours de nos obſervations, afin de voir les varia- «
tions auxquelles l'étoile ſeroit ſujette : il me répondit qu'il y «
avoit déjà penſé, qu'il ſe chargeoit de l'exécution.... C'eſt «
une choſe à examiner; mais comme on le peut faire par-tout, «
& que d'ailleurs il y a lieu de croire que tous ces change- «
mens ſont à peine ſenſibles, puiſqu'ils ont échappé aux yeux «
de pluſieurs Aſtronomes auſſi attentifs qu'habiles, *nous avons* «
cru devoir terminer nos opérations au Pérou, & regarder l'objet «
de notre miſſion comme entièrement rempli. FAIT à *Quito*, auſſi- «
tôt mon retour du Signal de *Tanlagoa*, le 6 Mai 1740. «
Signé BOUGUER. *Au deſſous eſt écrit* » :

» Je certifie les faits contenus dans le présent écrit, de la
» pluſpart deſquels j'ai été témoin & participant, les obſerva-
» tions ayant été faites alternativement entre M. *Bouguer* & moi.
» Je n'ai pû me rendre que quelques jours après M. *Bouguer* à
» *Cotcheſqui*, ayant été retenu à *Quito*, & obligé de vaquer, en
» qualité d'exécuteur teſtamentaire, à des affaires qui intéreſ-
» ſoient la mémoire de feu M. *Seniergues* Chirurgien de la Com-
» pagnie, & l'honneur de la Nation; ainſi je n'ai pas aſſiſté
» aux diſpoſitions préliminaires qui ont précédé la monture de
» l'inſtrument & de la lunette, perſuadé d'ailleurs que je ne pou-
» vois mieux faire que de m'en rapporter entièrement à M.
» *Bouguer;* mais j'arrivai à *Cotcheſqui* avant la première obſer-
» vation, & je crus que pour pouvoir dépoſer des faits avec
» connoiſſance de cauſe & comme témoin oculaire, je devois
» vérifier par moi-même la grandeur du rayon de notre Sec-
» teur, & ſon rapport à la corde de l'arc qui devoit meſurer la
» diſtance de l'étoile au zénith; ce que j'exécutai le 18 Février
» dernier. Je trouvai le rayon égal à vingt fois la corde, ſans dif-
» férence ſenſible de la meſure que M. *Bouguer* lui avoit pro-
» curée, laquelle fut auſſi vérifiée dans le même temps par
» M. *Verguin;* ce qui ſert de confirmation à l'exactitude de cette
» première meſure. Il n'eſt pas moins certain (quelle qu'en puiſſe
» être la cauſe) que le rayon s'eſt trouvé plus court de près de
» $\frac{3}{4}$ de ligne, quand nous le remeſurâmes les 27 & 28 Avril
» dernier après notre dernière obſervation. Nous avons cherché
» à douter d'un fait auquel nous nous étions ſi peu attendus;
» ce qui a rendu nos examens plus ſcrupuleux, & nos doutes
» n'ont cédé qu'à l'évidence. J'oſe même aſſurer que la quan-
» tité dont nous avons jugé le rayon raccourci, n'eſt nulle-
» ment exagérée, non plus que la différence que je trouvai à

Tarqui le 15 Janvier dernier dans notre première meſure, «
que j'eſtimai alors de $\frac{28}{100}$ de ligne, & dont j'ai fait mention «
dans le rapport ou procès verbal de notre obſervation. Enfin «
ce n'eſt qu'après nous être vûs forcés d'admettre ce change- «
ment de longueur du rayon, que nous avons fait réflexion «
qu'il rapprochoit nos deux déterminations. Quant à ce que «
nous n'appliquons qu'à la dernière l'équation qui réſulte de «
cette variation, indépendamment des raiſons rapportées par «
M. *Bouguer,* qui portent à croire que le changement s'eſt fait «
(du moins la plus grande partie) tout-à-coup, & entre les «
deux obſervations, il eſt certain que quand on voudroit ſup- «
poſer qu'il s'eſt fait ſucceſſivement & proportionnellement au «
temps écoulé entre les deux obſervations du 19 Février & «
du 25 Avril, ce qui ſemble ne pouvoir ſe concilier avec la «
ſolidité de l'aſſemblage de toutes les parties de l'inſtrument, «
que nous reconnûmes en le démontant : la première déter- «
mination ne ſeroit pas ſenſiblement affectée du changement «
ſuppoſé ſucceſſif; au lieu que la dernière, tirée d'obſervations «
dont le cours a duré près de deux mois, ſe trouveroit chargée «
de preſque tout l'effet produit par le raccourciſſement du rayon. «
A *Quito*, le 6 Mai 1740. *Signé* LA CONDAMINE. *En-* «
ſuite eſt écrit ce qui ſuit : «

Je ſouſſigné, certifie la vérité de tous les faits ci-deſſus «
rapportés, tant pour avoir aſſiſté à tout dès le commence- «
ment, que pour y avoir aidé. J'ai eu auſſi le loiſir de regarder «
à la lunette dans pluſieurs obſervations. FAIT à *Quito*, le «
6 Mai 1740. *Signé* VERGUIN».

ARTICLE XIII.

Table d'Observations de l'Etoile ε *d'*Orion, *faites en commun à* Cotchesqui *en 1740.*

Réduites au premier Janvier 1743, & au nouvel observatoire, 14½ toises plus au Nord qu'en 1740.

Première Suite d'Observations, dans lesquelles l'arc étoit de 2ᵈ 51′ 54″,2, & sa corde $\frac{1}{20}$ du rayon.

SITUATION du Secteur.	DATE des Observations.	QUANTITE'S observées avec le Micromètre	E'QUATIONS POUR LA Précession des E'quinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.	Observations réduites au 1 Janv. 1743.		
Le limbe tourné à l'orient.	19 Fevr. 1740.	+ 12″,3	— 9″,0	— 5″,8	— 8″,4	— 10″,9	— 13″,5	— 24″,9
	21	+ 9, 6	— 9, 0	— 5, 9	— 8, 4	— 13, 7		
	22	+ 7, 4	— 9, 0	— 5, 9	— 8, 4	— 15, 9		
à l'occident.	1 Mars 1740.	+ 12, 7	— 8, 9	— 6, 4	— 8, 2	— 10, 8	— 11″,4	
	2	+ 9, 2	— 8, 9	— 6, 5	— 8, 2	— 14, 2		
	5	+ 14, 5	— 8, 9	— 6, 6	— 8, 2	— 8, 8		
	8	+ 12, 3	— 8, 8	— 6, 7	— 8, 1	— 11, 5		
	9	+ 12, 3	— 8, 8	— 6, 7	— 8, 1	— 11, 5		

Arc du Secteur. . . . . 2ᵈ 51′ 54″,2½

Double distance au Zénith observée. . . . . 2ᵈ 51′ 29″,3½

Distance apparente au Zénith, du côté du Sud, observée en 1740 . . . . 1 25 44, 6¾

Réduction à l'observatoire de 1743 . . . . + 0, 9

Premier Résultat. Distance appar. de ε d'*Orion* au Zénith de *Cotchesqui* vers le Sud, le 1ʳ Janv. 1743. . . 1ᵈ 25′ 45″,6

Seconde Suite. L'arc plus grand que dans la précédente de 4½″ & par conséquent de 2ᵈ 51′ 58″,7.

à l'occident.	11 Mars	— 19″,3	— 8″,8	— 6″,8	— 8″,1	— 43″,0	— 39″,2	— 31″8
	15	— 14, 5	— 8, 7	— 6, 9	— 8, 1	— 38, 2		
	25 Avril.	— 15, 3	— 8, 4	— 5, 3	— 7, 5	— 36, 5		
à l'orient.	16 Mars	+ 31, 1	— 8, 7	— 6, 9	— 8, 1	+ 7″,4	+ 7″,4	
	19 Avril	+ 27, 6	— 8, 4	— 5, 8	— 7, 6	+ 5, 8		
	20	+ 30, 7	— 8, 4	— 5, 8	— 7, 6	+ 8, 9		

Arc du Secteur, augmenté de 4″,5 par l'examen du 29 Avril. . . . . 2ᵈ 51′ 58″,7

Double distance au Zénith observée. 2 51 26, 9

Distance apparente au Zénith, du côté du Sud, observée en 1740 . . . 1 25 43, 5

Réduction à l'observatoire de 1743 . . . . . . + 9

Second Résultat. Distance appar. de ε d'*Orion* au Zénith de *Cotchesqui* du côté du Sud, le 1ʳ Janv. 1743. 1ᵈ 25′ 44″,4

Remarques

Remarques ſur les obſervations de la Table précédente.

Ces obſervations nous avoient donné d'abord 1^{d} 26′ 7″ pour la diſtance *apparente* moyenne de l'étoile ε d'*Orion* au zénith de *Cotcheſqui*, en 1740 *(p. 164 & 165):* il faut en retrancher 23″ pour réduire cette diſtance au 1er Janv. 1743, toutes les équations ſe trouvant négatives; comme on le voit en détail par la Table précédente. On trouvera donc la diſtance au zénith de *Cotcheſqui* de 1^{d} 25′ 44″ pour le premier Janvier 1743, & de 1^{d} 25′ 45″ quatorze toiſes & demie plus au Nord, à l'endroit où M. *Bouguer* opéra, dans le temps de nos obſervations correſpondantes & ſimultanées.

On a vû par le procès verbal des obſervations faites à *Cotcheſqui* en 1740, que les fourchettes de ſept pouces qui portoient la lunette avoient été accourcies de moitié depuis les premières obſervations de 1739 à *Tarqui :* mais le nombre n'en avoit pas encore été augmenté; & l'inconvénient, dont j'ai examiné les ſuites dans l'article XI, pouvoit ſubſiſter en partie. Il devoit ſeulement être fort diminué : auſſi ne trouvâmes-nous en 1740, la diſtance au zénith trop petite, à *Cotcheſqui,* que de quelques ſecondes; au lieu que nous l'avions trouvée en 1739 à *Tarqui,* de 19 & de 27 ſecondes moindre que la véritable.

Ce ne fut qu'en Septembre 1741, lorſque M. *Bouguer* multiplia le nombre des ſupports de la lunette, que le Secteur acquit toute la ſolidité néceſſaire. Du moins c'eſt depuis cette époque, que toutes les obſervations faites à différentes repriſes avec cet inſtrument, quoique par divers Obſervateurs & ſur différens arcs, ont commencé à donner conſtamment une même diſtance au zénith; ce qui a continué pendant le

reſte de 1741, en 1742 & 1743, preſque ſans variation, autre que celle qui réſulte de la ſomme des équations pour la préceſſion des équinoxes, & l'aberration de la lumière. C'eſt ce qui ſera prouvé évidemment en ſon lieu.

Quoi qu'il en ſoit, la diſtance de l'étoile ε d'*Orion* au zénith de *Cotcheſqui*, obſervée en 1740, & réduite au 1er Janvier 1743, ne différera que de 3 ou 4 ſecondes de celle qui réſulte de nos obſervations ſimultanées; & cette petite différence, diſtribuée ſur notre arc de 3 degrés 7 minutes, ne ſeroit guère que d'une ſeconde par degré.

De-là on pourroit être tenté de conclurre qu'il n'étoit pas néceſſaire de répéter nos obſervations à *Cotcheſqui;* mais après l'expérience d'une erreur de 23 ſecondes à *Tarqui*, dans le moyen réſultat de trois Suites d'obſervations, que nous regardions comme exactes *(Voy. Proc. verb. page 135)*, nous étoit-il permis de préſumer qu'il n'y auroit rien à réformer à celui de *Cotcheſqui*, tiré de deux Suites ſeulement d'obſervations, dont l'une même eſt incomplète? Ce n'étoit qu'en les répétant avec de nouvelles précautions, que nous pouvions juger du degré de foi qu'elles méritoient; & les raiſons qu'il y avoit d'ailleurs *(Voy. Introd. hiſtoriq. à l'année 1742)* pour obſerver en même temps aux deux extrémités de l'arc du Méridien, étoient ſi fortes, que nous n'euſſions pas été excuſables, ſi nous euſſions négligé de donner à notre détermination de la valeur du degré, un caractère ſingulier d'authenticité, en prenant une précaution qui n'avoit jamais été employée, & qui, de l'aveu même de M. *Bouguer (Mém. de l'Acad. 1744, pages 292 & 293), tranche toutes les difficultés.*

ARTICLE XIV.

Observations diverses de l'étoile ε *d'*Orion, *faites à* Quito, *en deux différens endroits; en 1737, 1740, 1741 & 1742.*

Réduites au premier Janvier 1743, & à la Tour de la Mercy.

DATES & lieux des Observations.	DISTANCES au Zénith observées du côté du Sud	ÉQUATIONS POUR LA			Observations réduites au 1 Janvier 1743.	Équations pour la diff. latit. des observatoir.	Observations réduites à la Tour de la Mercy.
		Précession des Équinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.			
A l'Observatoire de Sainte Barbe.							
1737. 15 Janv.	1d 10′ 38″,2	— 18″,9	— 2″,0	— 12″,6	1d 10′ 4″,7	— 4″,9	1d 9′ 59″,8
15 Juill.	1 10 34,9	— 17,3	+ 4,8	— 12,5	1 10 9,9	— 4,9	1 10 5,0
A l'Observatoire de la Mercy.							
1740. 15 Sept.	1 10 19,8	— 7,3	+ 9,9	— 6,7	1 10 15,7	0,0	1 10 15,7
15 Oct.	1 10 20,4	— 7,0	+ 9,2	— 6,2	1 10 16,4	0,0	1 10 16,4
1741. 15 Janv.	1 10 31,1	— 6,2	— 2,1	— 5,7	1 10 17,1	0,0	1 10 17,1
1742. 15 Juill.	1 10 13,0	— 1,5	+ 4,9	— 1,4	1 10 15,0	0,0	1 10 15,0

Remarques sur les observations de la Table précédente.

Je me suis contenté de marquer dans la Table précédente, le résultat de cinq différentes Suites d'observations, faites à *Quito* en différens temps & par différens Observateurs. Il eut été trop long de rapporter en détail toutes les observations dont chaque Suite étoit composée. Les dates ont été fixées dans la Table, à un jour à peu près également éloigné du commencement & de la fin du temps où l'on a observé: par exemple, on a daté du 15 Janvier les observations faites dans le cours de Janvier; & ainsi des autres.

Voici quelques remarques sur chacun de ces résultats en particulier; & sur-tout à l'égard des deux premiers, qui dans

la Table ſont rapportés au 15 Janvier & au 15 Juillet 1737. L'un & l'autre ont été tirés d'obſervations qui nous ſont communes, à M. *Godin*, M. *Bouguer* & moi, & qui n'ont pas été faites dans le deſſein formel d'en conclurre la valeur du degré. Nous n'avions alors pour but que de vérifier la poſition de la lunette du Secteur, après l'obſervation des Solſtices de Décembre 1736 & Juin 1737; mais comme nous obſervâmes pour cette vérification la diſtance verticale de l'étoile ε d'*Orion*, la même qui a toûjours été obſervée depuis, pour déterminer l'amplitude de l'arc du Méridien, l'on peut faire ſervir ces premières obſervations au même uſage.

Notre Secteur de douze pieds de rayon, avec lequel elles furent faites en 1737, étoit en ce temps-là tel que nous l'avions apporté de France à *Quito*, pour pouvoir obſerver, ſous l'Equateur même, le Soleil dans les deux Tropiques, & en conclurre l'obliquité de l'Ecliptique. Le limbe comprenoit alors un arc de 30 degrés, diviſé en minutes. L'inſtrument étoit ſuſpendu vers ſon milieu par un genou cylindrique, comme un Quart-de-cercle ordinaire, & porté ſur un pied deſtiné à un de ces inſtrumens.

Quelque ſoin que nous priſſions dans le temps de ces premières obſervations pour faire répondre le fil-à-plomb préciſément ſur un point de la diviſion, il n'étoit pas poſſible de l'y maintenir long-temps. Il y a bien de l'apparence que le poids conſidérable du total des pièces dont étoit alors formé le Secteur, faiſoit quelquefois céder inſenſiblement les vis de ſon pied, trop foible pour le corps de l'inſtrument. D'ailleurs, la nature de ſa ſuſpenſion par un ſeul point, & la grande ſurface que le limbe & ſes arc-boutans préſentoient au vent,

auquel le Secteur étoit fort exposé, le rendoient sujet à une trépidation qui se renouveloit & augmentoit à la moindre agitation de l'air.

En effet, je ne crois pas que dans le temps dont je parle, nous ayons consommé une seule observation, sur un des points marqués sur le limbe, de minute en minute, desquels seuls nous avions compté faire usage: & nous n'avons pû nous passer du secours des transversales; auxquelles l'ouvrier n'avoit pas apporté, à beaucoup près, la même attention qu'aux points.

Toutes ces raisons ont souvent rendu notre estime incertaine; & elle l'eût été bien davantage, si elle n'eût été faite à l'instant même de l'observation. Tandis que M. *Godin* avoit l'œil à la lunette, & tournoit l'index du Micromètre jusqu'à ce qu'il eût atteint l'étoile avec le fil mobile, nous nous relevions alternativement, M. *Bouguer* & moi, pour estimer la minute & la seconde où répondoit le fil-à-plomb. Je n'ai donc pas balancé à préférer le nombre estimé dans ce moment, à celui que nous avons quelquefois tous vû, une ou deux minutes après, & qui différoit du premier de plusieurs secondes, une fois entr'autres de 10″ très-évidemment.

Deux autres circonstances peuvent encore nous faire naître quelque doute sur l'exactitude des deux premiers résultats de la Table. Premièrement, les observations sur lesquelles ils sont fondés ont été faites avec l'ancien Secteur de 30 degrés, sur des divisions tracées par l'ouvrier, & desquelles nous ne pouvions pas répondre; au lieu que toutes les autres observations ont été faites sur des arcs tracés par nous-mêmes, & dont nous connoissions exactement la valeur. Secondement, le Secteur n'a jamais été tourné qu'une fois pendant le cours

de chacune de ces deux Suites d'obſervations; au lieu que dans toutes les autres, l'inſtrument a non ſeulement été détourné, mais remis au moins une fois dans ſa première ſituation.

Si à toutes ces cauſes d'erreur, particulières aux deux réſultats de Janvier & de Juillet 1737, on joint celles qui ſont expoſées dans les articles VIII & ſuivans, & celles qui nous reſtent à examiner; au lieu d'être ſurpris que deux obſervations, qui ont précédé toutes les autres de pluſieurs années, & qui ont été faites avec un autre inſtrument, ne s'accordent pas parfaitement avec les ſimultanées, auxquelles tout nous engage à donner la préférence; on s'étonnera peut-être avec raiſon qu'elles ne s'en éloignent que de quelques ſecondes.

Au reſte le réſultat du 15 Juillet eſt celui des deux de 1737, qui approche le plus du réſultat des obſervations ſimultanées. *Orion* paſſoit alors de jour, & l'on ne fut pas obligé d'éclairer les fils de ſoie* du foyer de la lunette: ce qui, tout le reſte étant égal, doit vrai-ſemblablement avoir rendu cette dernière obſervation plus ſûre que la précédente; & d'autant plus qu'au mois de Janvier, on éclairoit les fils du Micromètre d'une manière incommode, en approchant de l'objectif une bougie qu'on étoit obligé de placer preſque dans l'axe de la lunette, & qui déroboit ſouvent la vûe de l'étoile. D'ailleurs cette bougie, malgré l'enveloppe de papier dont on tâchoit de lui faire un abri, étoit expoſée à l'action du vent, & ſa flamme agitée cauſoit dans la lunette des réfractions irrégulières. Dans

* Au lieu de fil d'argent, notre Micromètre n'étoit garni que de fils de ſoie ſimples, moins ſolides, mais plus commodes pour obſerver de jour; en ce qu'étant beaucoup plus fins que ceux d'argent, ils ne cachent pas l'étoile par leur épaiſſeur, même en plein jour.

toutes les obſervations poſtérieures, les fils ont été éclairés plus commodément, par une ouverture faite au bas de la lunette, proche de l'oculaire.

Je ne dois pas non plus oublier de remarquer, que les obſervations de la diſtance d'ε d'*Orion* au zénith de *Quito*, au mois de Janvier 1737, furent notre coup d'eſſai en ce genre, & qu'elles ont, pour ainſi dire, ſervi de prélude à toutes celles de même nature, qui nous ont depuis ſi fort exercés juſques en 1743. Au reſte, je ne pûs aſſiſter à celles dont il eſt ici queſtion que juſqu'au 19 Janvier 1737 que je partis pour *Lima* *; mais j'en revins à temps, pour prendre part aux obſervations du Solſtice de Juin de la même année.

Il a fallu ajoûter près de 5 ſecondes pour réduire les deux diſtances de l'étoile au zénith, en Janvier & Juin 1737, au même lieu que les quatre ſuivantes, qui ont été obſervées en 1740, 1741 & 1742 : parce que l'endroit où ont été faites les premières obſervations, & qui eſt marqué *K* ſur le plan de *Quito*, eſt plus ſeptentrional de 75 toiſes que la Tour de la *Mercy;* & que le centre de cette Tour n'eſt que de deux toiſes plus Nord que le point *L*, où nous avons toûjours obſervé depuis 1737. Au reſte, cette équation de 5″, au lieu de rapprocher les réſultats des obſervations de 1737 de ceux des années ſuivantes, les en éloigne davantage.

Les quatre derniers réſultats de la Table ſont tirés d'obſervations poſtérieures au changement de forme & de ſuſpenſion de notre Secteur, & même aux obſervations de *Tarqui* & de *Cotcheſqui* en 1739 & 1740, rapportées dans les articles

* Pour y aller chercher des ſecours qui pûſſent nous mettre en état de continuer nos opérations.

précédens, & que nous avons depuis abandonnées. Les trois résultats qui ont pour date les 15 Sept. 15 Octobre 1740 & 15 Janvier 1741, sont de M. *Bouguer*. Je ne rapporte point celui d'une observation que j'avois fort avancée au mois de Décembre 1740; parce qu'elle ne fut pas terminée. J'eus lieu de croire, par les variations que je remarquai les derniers jours, que le Secteur avoit souffert quelque dérangement; mais je ne pûs achever de m'en convaincre, M. *Bouguer* ayant touché à l'objectif, pour mettre la lunette à son point, le jour que je devois retourner l'instrument.

Le dernier résultat, en date du 15 Juillet 1742, est de moi. J'avois commencé à observer dès le mois de Mai; mais je perdis de vûe l'étoile dans les rayons du Soleil avant que d'avoir tourné le Secteur, & je n'ai tiré la distance au zénith employée dans la Table, que des observations faites depuis que l'étoile eut recommencé à paroître. Celles-ci l'ont été en plein jour, & sans qu'il fût besoin d'éclairer les fils. On voit par la Table que les quatre dernières distances au zénith, réduites à une même époque, ne diffèrent pas entr'elles de 3″; & que les différences de 7, 8, & 18 secondes, qui se trouvent entre mon observation de Juillet 1742, & celles de M. *Bouguer* en 1740 & 1741, un an & demi ou deux ans auparavant, s'évanouissent presque entièrement par la réduction à la même date.

L'accord de ces quatre résultats, rend les deux précédens tirés des observations de Janvier & Juin 1737, d'autant plus suspects, que ceux-ci diffèrent des autres de plus de dix secondes. Une erreur dans la division de l'ancien limbe, de laquelle nous ne pouvons répondre comme des arcs que nous

avons

avons depuis tracés nous-mêmes, pourroit causer toute cette différence. Quoi qu'il en soit, si l'on prend un milieu entre les six résultats de la Table précédente, qui sont tirés d'observations faites à *Quito* dans le cours d'environ six ans, par divers Observateurs; on aura la distance apparente de l'étoile ε d'*Orion* au zénith de la Tour de la *Mercy* de *Quito* de $1^d\ 10'\ 11'',4$ pour le premier Janvier 1743; & si à cette quantité on ajoûte celle de $15'\ 41''$ pour la réduire à notre observatoire de *Cotchesqui*, lequel est 14839 toises plus Nord que la même Tour*, on trouvera la distance apparente de l'étoile au zénith, de $1^d\ 25'\ 52''$, toute réduction faite; ce qui ne diffère guère, comme on le verra bien-tôt, du résultat des dernières observations de M. *Bouguer* à *Cotchesqui* à la fin de 1742.

Ce n'est qu'à force de faire successivement des changemens à notre Secteur pour le rendre plus solide, & à force de prendre les nouvelles précautions qu'une expérience continuelle nous suggéroit de jour en jour, que nos observations parvinrent par degrés à acquerir cette uniformité, que nous avions en vain desirée dans les anciennes.

C'est de quoi fournissent une nouvelle preuve les observations même de la Table suivante, dont les trois dernières Suites, postérieures au mois de Septembre 1741, donnent les premiers résultats, sur lesquels nous pouvons faire fond.

* Distance du Signal de *Cotchesqui* à la perpendiculaire à la Tour de la *Mercy* de *Quito*, réduite au niveau de *Carabourou*, $14812^t,91$ *(Part. I, art. XVIII, p. 68.)*; plus $25^t,06$, dont l'observatoire de *Cotchesqui* étoit plus Nord que le Signal en 1742 *(p. 103)*: plus 1 toise pour l'excès de la hauteur moyenne du terrein entre *Cotchesqui* & *Quito*, au dessus de *Carabourou*, évalué à 250 toises *(Part. I, art. XIV, p. 55 & 56)*.

ARTICLE XV.

Table des Observations de l'étoile ε *d'*Orion, *faites à* Tarqui en *1741*, *par M.* Bouguer,

Sur un arc de $3^d\ 22'\ 22''$: *dont la corde étoit de* $7''$ *plus grande que la* 17e *partie du rayon.*

Réduites au premier Janvier 1743.

Première Suite d'Observations.

SITUATION du Secteur.	DATE des Observations.	QUANTITÉS observées avec le Micromètre.	ÉQUATIONS POUR LA Précession des Équinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.	RÉDUCTION au 1 Janvier 1743.	MILIEUX.	RÉSULTATS.
Le limbe tourné. à l'orient.	5 Mars 1741.	— 2′ 20″,3	+ 5″,7	+ 6″,6	+ 5″,3	— 2′ 02″,7	— 2′ 2″,7	+ 31″,3
à l'occident.	17	+ 2 16,3	+ 5,6	+ 6,9	+ 5,2	+ 2 34,0	+ 2 34,0	

Arc du Secteur . . . . $3^d 22' 22'',0$

Double distance au Zénith, observée . . . . . . $3^d 22' 53'',3$

Premier Résultat. Dist. appar. de ε d'*Orion* au Zénith de *Tarqui* vers le Nord, au 1er Janv. 1743 . . . . 1 41 26, 6

On fait plusieurs changemens au Secteur. *Seconde Suite d'Observations.*

Situation	Date	Quantités	Précession	Aberration	Nutation	Réduction	Milieux	Résultats
à l'occident.	28 Juillet.	— 48″,2	+ 4″,5	— 6″,3	+ 4″,3	— 45″,7	— 48″,0	+ 0′ 07″,9
	29	— 48, 2	+ 4,5	— 6,4	+ 4,3	— 45,8		
	1 Août.	— 49,5	+ 4,5	— 6,9	+ 4,3	— 47,6		
	15	— 49,5	+ 4,4	— 8,1	+ 4,2	— 49,0		
	16	— 52,6	+ 4,4	— 8,1	+ 4,2	— 52,1		
à l'orient.	9 Août.	+ 52,6	+ 4,4	— 7,7	+ 4,2	+ 53,5	+ 55,9	
	12	+ 56,1	+ 4,4	— 7,9	+ 4,2	+ 56,8		
	19	+ 57,4	+ 4,3	— 8,5	+ 4,2	+ 57,4		

Arc du Secteur 3 22 22, 0

Double distance au Zénith, observée. . . . . . $3^d 22' 29'',9$

Second Résultat. Dist. appar. d'ε d'*Orion* au Zénith de *Tarqui* vers le Nord, au 1er Janv. 1743. . . . . 1 41 15, 0

On remet de nouvelles soies au Micromètre. *Troisième Suite d'Observations.*

Situation	Date	Quantités	Précession	Aberration	Nutation	Réduction	Milieux	Résultats
à l'orient.	12 Sept.	— 23″,2	+ 4″,1	— 9″,8	+ 3″,6	— 25″,3	. . . .	— 1″,7
à l'occident.	13	+ 21,5	+ 4,1	— 9,8	+ 3,6	+ 23,6		

Après avoir détourné une seconde fois l'Instrument, M. *Bouguer* reconnoît par observation & par mesure actuelle qu'il s'est dérangé.

Arc du Secteur 3 22 22, 0

Double distance au Zénith, observée. . . . . $3^d 22' 20'',3$

Troisième Résultat. Dist. appar. d'ε d'*Orion* au Zénith de *Tarqui* vers le Nord, au 1er Janv. 1743 . . . 1 41 10, 1

On démonte le Secteur, on rive ses vis, & on l'affermit par de nouveaux liens de fil de fer.

Quatrième suite d'Observations.

Situation du Secteur.	Date des Observations.	Quantités observées avec le Micromètre.	Équations pour la Précession des Équinoxes	Équations pour la Aberration de la Lumière.	Équations pour la Nutation de l'Axe terrestre.	Réduction au 1 Janvier 1743.	Milieux.	Résultats.
Le limbe tourné à l'orient.	9 Oct. 1741.	+ 46″,9	+ 3″,9	— 9″,6	+ 3″,0	+ 44″,2	+ 45″,3	+ 1″,2
	11	+ 49, 1	+ 3,9	— 9,5	+ 3, 0	+ 46, 5		
à l'occident.	27	— 43,8	+ 3,7	— 8,4	+ 2,9	— 45,6	— 44, 1	
	28	— 40,8	+ 3,7	— 8,4	+ 2,9	— 42,6		

Le Limbe ayant été retourné une seconde fois vers l'Orient, une observation de α du Verseau, au défaut d'ε d'Orion, prouve que le Secteur n'a point varié.

Arc du Secteur 3 22 22, 0

Double distance au Zénith, observée . . . . 3d 22′ 23″,2

Quatrième Résultat. Distance appar. d'ε d'*Orion* au Zénith de *Tarqui* vers le Nord, au 1er Janv. 1743 . . . 1 41 11, 6

M. *Bouguer* démonte de nouveau le Secteur, il ajoûte un support & de nouveaux liens à la Lunette.

Cinquième suite d'Observations.

Situation du Secteur.	Date des Observations.	Quantités observées avec le Micromètre.	Précession des Équinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.	Réduction au 1 Janvier 1743.	Milieux.	Résultats.
à l'occident.	18 Nov.	+ 18,8	+ 3,5	— 6,1	+ 2,8	+ 19,0	+ 18, 2	— 3″,7
	19	+ 14,9	+ 3,5	— 6,0	+ 2,8	+ 15,2		
	22	+ 19,7	+ 3,5	— 5,7	+ 2,8	+ 20,3		
	23	+ 17,5	+ 3,5	— 5,6	+ 2,8	+ 18,2		
à l'orient.	20 Nov.	— 22″,8	+ 3″,5	— 5″,9	+ 2″,8	— 22″,4	— 21″,9	
	21	— 21,9	+ 3,5	— 5,8	+ 2,8	— 21,4		

Arc du Secteur 3 22 22

Double distance au Zénith, observée . . . . 3d 22′ 18″,3

Cinquième Résultat. Distance appar. d'ε d'*Orion* au Zénith de *Tarqui* vers le Nord, au 1er Janv. 1743. . . 1 41 9, 2

On fait de nouveaux changemens à la Lunette, on ôte le diaphragme (ou pinnule *de l'oculaire*), & on le scelle de nouveau.

Sixième suite d'Observations.

Situation du Secteur.	Date des Observations.	Quantités observées avec le Micromètre.	Précession des Équinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.	Réduction au 1 Janvier 1743.	Milieux.	Résultats.
à l'occident.	2 Déc.	+ 57,0	+ 3,4	— 4,3	+ 2,7	+ 58,8	+ 56,5	+ 4″,0
	4	+ 52,2	+ 3,4	— 4,1	+ 2,7	+ 54,2		
à l'orient.	3 Déc.	— 54″,4	+ 3″,4	— 4″,2	+ 2″,7	— 52″,5	— 52″,5	

Arc du Secteur 3 22 22

Double distance au Zénith . . . . 3d 22′ 26″

Sixième Résultat. Distance apparente d'ε d'*Orion* au Zénith de *Tarqui* vers le Nord, au 1er Janvier 1743. . . . . 1 41 13

Remarques sur les observations de la Table précédente.

Toutes ces observations m'ont été communiquées par M. *Bouguer* dans sa lettre de *Tarqui* du 5 Décembre 1741; je n'ai fait que leur donner la forme d'une Table, en les réduisant, comme toutes les autres, au premier Janvier 1743.

Cette Table comprend six Suites d'observations, & six résultats indépendans l'un de l'autre, y ayant toûjours eu entre la Suite précédente & la suivante quelque changement fait à l'instrument, soit pour le rendre plus solide, soit pour varier les procédés des observations. Du reste, elles ont toutes été faites sur le même arc.

L'intention de M. *Bouguer* avoit été de prendre pour corde la dix-septième partie du rayon; mais apparemment qu'en pesant, pour marquer les points extrêmes de l'arc, sur la tête du compas d'*arrêt*, ouvert de la quantité qu'on avoit portée dix-sept fois sur le rayon (*Voyez Part. II, art. IV, page 118*), les pointes firent ressort, & s'écartèrent en glissant un peu au dehors de l'arc. Quoi qu'il en soit, après que les *rebarbes* furent usées, la distance des deux points se trouva trop grande, d'une quantité qui fut évaluée par M. *Bouguer* à 7″ : ce qui fit que l'arc au lieu de $3^d\ 22'\ 15''$ qu'il avoit eu dessein de lui donner, se trouva de $3^d\ 22'\ 22''$; tel qu'il a été employé dans la Table.

Le premier résultat des 5 & 17 Mars 1741, s'accordoit en apparence avec les suivans, avant qu'on y eût appliqué les équations. Depuis les corrections & la réduction à une même époque, il diffère des autres de 14 à 15″; & indépendamment de cette considération, il ne mérite aucune foi;

non ſeulement parce que l'inſtrument n'a pas été retourné une ſeconde fois, comme nous l'avons obſervé invariablement, depuis que nous eûmes remarqué la facilité qu'il avoit à ſe déranger; mais encore, parce que ſon dérangement en cette occaſion, qui n'avoit d'abord été que ſoupçonné, fut depuis confirmé & prouvé évidemment; M. *Bouguer* ayant reconnu, par pluſieurs obſervations immédiatement ſuivantes, qu'il ſe vit obligé d'abandonner, que le Secteur changeoit d'état en le retournant. Je n'ai donc rapporté ce premier réſultat que pour n'en omettre aucun de ceux que nous nous ſommes communiqués, & dont le défaut n'avoit pas d'abord été manifeſtement reconnu.

Le ſecond & le troiſième, l'un du commencement d'Août, l'autre de la mi-Septembre, n'ont guère plus d'autorité que le précédent, & par une raiſon ſemblable. Le 30 Septembre, M. *Bouguer* ayant retourné l'inſtrument une ſeconde fois, ne retrouva plus le même nombre qu'il avoit obſervé dans la première ſituation de l'inſtrument; & de plus, il vérifia par meſure actuelle, que le Secteur s'étoit encore dérangé dans l'opération du *retournement*; ce qui doit au moins rendre ſuſpect le réſultat précédent du mois d'Août; quelque conforme qu'il ſoit d'ailleurs, à ceux qui ont été tirés des obſervations faites depuis que le Secteur eut acquis toute la ſolidité requiſe.

Il faut avouer que juſqu'au temps dont je parle, nous n'avions réuſſi à mettre notre Secteur à l'abri de pareilles variations, ni à *Tarqui*, ni à *Cotcheſqui*, ni à *Quito*; & que par conſéquent nous ne pouvons compter ſûrement ſur aucunes des obſervations antérieures; mais le dérangement reconnu le 30 Septembre 1741 dans l'aſſemblage des parties du Secteur,

ſut le dernier de cette nature. Ce jour-là même, M. *Bouguer* travailla efficacement à remédier une fois pour toutes, à la facilité qu'avoit eue juſque-là cet inſtrument à changer de figure; il le fit démonter, il en fit reſſerrer, & enſuite river toutes les vis; il fit fortifier tout l'enſemble par des liens de fil de fer, & par une traverſe horizontale; il ajoûta un ſupport à la lunette, & y mit outre cela de nouveaux liens tenant lieu de ſupports; pour ne faire de la lunette qu'un ſeul corps, avec le rayon qui la ſoûtenoit. Il recueillit bien-tôt le fruit de ſes peines. Depuis ce temps, quoiqu'il ait encore démonté le Secteur, & fait entre les obſervations poſtérieures divers changemens, qui faiſoient varier l'axe optique de la lunette & le nombre des parties du Micromètre; l'aſſemblage total du Secteur a paru inébranlable. Auſſi les trois réſultats ſuivans s'accordent-ils, ſans que l'application des équations, qui nous étoient alors inconnues, change rien à cet accord.

La moyenne diſtance au zénith, tirée de ces trois réſultats, eſt $1^d\ 41'\ 11\frac{1}{4}''$. Si on y joint le ſecond, que je n'ai exclus, que parce que l'inſtrument s'étoit dérangé après le troiſième, la diſtance moyenne au zénith diminuera ſeulement de $\frac{1}{4}$ de ſeconde. Enfin quelle que ſoit celle qu'on adopte, elle ſera toûjours la même, à une ſeconde près, que ce que je trouvai un an après, pendant un cours d'obſervations de ſix mois, que je fis au même lieu: après avoir nouvellement reconſtruit le Secteur, qui, dans l'intervalle, avoit été tranſporté à *Quito*, & étoit revenu à *Tarqui;* après avoir tracé ſur le limbe un nouvel arc; & pour ainſi dire, après avoir formé un inſtrument tout nouveau; indépendamment des nouvelles attentions que j'apportai d'ailleurs, dont je vais bien-tôt rendre compte.

ARTICLE XVI.

Dernières observations, faites à Cotchesqui, *au Nord de la Méridienne, correspondantes à celles qui ont été faites en même temps, à l'extrémité Sud.*

TABLE des distances de l'Etoile ε *d'*Orion *au Zénith de* Cotchesqui, *observées par M.* Bouguer *à la fin de 1742, & réduites au 1*er *Janv. 1743.*

Première Suite d'Observations, faites sur un arc de 2d 51′ 54″,3, dont la corde étoit $\frac{1}{20}$ du rayon.

Situation du Limbe.	Date des Observations.	Quantités observées avec le Micromètre.	Équations pour la Précession des Equinoxes	Équations pour la Aberration de la Lumière.	Équations pour la Nutation de l'Axe terrestre.	Observations réduites au 1 Janv. 1743.	Quantités moyennes.	Resultats.
Le limbe tourné à l'occident.	9 Août 1742.	+ 2′ 2″	− 1″,3	+ 7″,6	− 1″,0	+ 2′ 7″,3		
	11	+ 1 59	− 1, 3	+ 7, 8	− 1, 0	+ 2 4, 5		
	12	+ 2 0	− 1, 3	+ 7, 9	− 1, 0	+ 2 5, 6	+ 2′ 4″,2	
	17	+ 1 56	− 1, 2	+ 8, 3	− 0, 9	+ 2 2, 2		
	18	+ 1 55	− 1, 2	+ 8, 4	− 0, 9	+ 2 1, 3		− 0d 0′ 9″,4
à l'orient.	13	− 2 22	− 1, 2	+ 8, 0	− 0, 9	− 2 16, 1		
	15	− 2 17	− 1, 2	+ 8, 2	− 0, 9	− 2 10, 9	− 2 13, 6	
	16	− 2 20	− 1, 2	+ 8, 3	− 0, 9	− 2 13, 8		

Arc du Secteur. . . . . 2d 51′ 54″,3

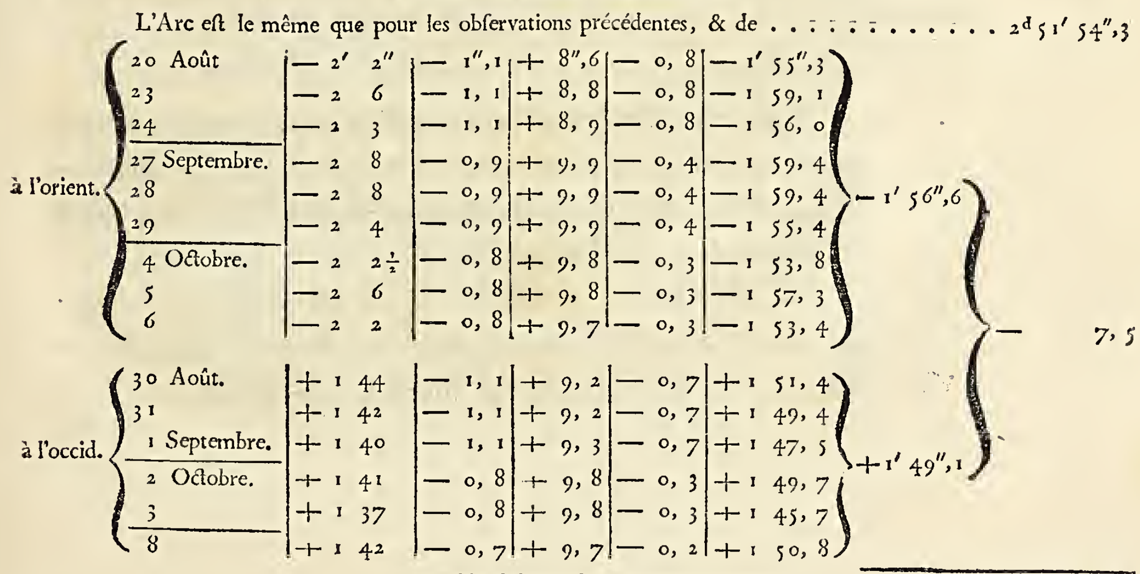
Double distance d'ε au Zénith, observée 2 51 44, 9

Premier Résultat. Dist. appar. d'ε d'*Orion* au Zénith de *Cotchesqui*, vers le Sud, au 1er Janv. 1743 . . . . 1 25 52, 4

M. *Bouguer* démonte l'Instrument, change l'objectif de place, resserre les vis, & affermit avec des fils de fer les supports de la lunette.

Seconde Suite d'Observations.

L'Arc est le même que pour les observations précédentes, & de . . . . 2d 51′ 54″,3



Situation du Limbe.	Date des Observations.	Quantités observées avec le Micromètre.	Précession des Equinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.	Observations réduites au 1 Janv. 1743.	Quantités moyennes.	Resultats.
à l'orient.	20 Août	− 2′ 2″	− 1″,1	+ 8″,6	− 0, 8	− 1′ 55″,3		
	23	− 2 6	− 1, 1	+ 8, 8	− 0, 8	− 1 59, 1		
	24	− 2 3	− 1, 1	+ 8, 9	− 0, 8	− 1 56, 0		
	27 Septembre.	− 2 8	− 0, 9	+ 9, 9	− 0, 4	− 1 59, 4		
	28	− 2 8	− 0, 9	+ 9, 9	− 0, 4	− 1 59, 4	− 1′ 56″,6	
	29	− 2 4	− 0, 9	+ 9, 9	− 0, 4	− 1 55, 4		
	4 Octobre.	− 2 2½	− 0, 8	+ 9, 8	− 0, 3	− 1 53, 8		
	5	− 2 6	− 0, 8	+ 9, 8	− 0, 3	− 1 57, 3		
	6	− 2 2	− 0, 8	+ 9, 7	− 0, 3	− 1 53, 4		− 7, 5
à l'occid.	30 Août.	+ 1 44	− 1, 1	+ 9, 2	− 0, 7	+ 1 51, 4		
	31	+ 1 42	− 1, 1	+ 9, 2	− 0, 7	+ 1 49, 4		
	1 Septembre.	+ 1 40	− 1, 1	+ 9, 3	− 0, 7	+ 1 47, 5	+ 1′ 49″,1	
	2 Octobre.	+ 1 41	− 0, 8	+ 9, 8	− 0, 3	+ 1 49, 7		
	3	+ 1 37	− 0, 8	+ 9, 8	− 0, 3	+ 1 45, 7		
	8	+ 1 42	− 0, 7	+ 9, 7	− 0, 2	+ 1 50, 8		

Double distance d'ε au zénith, observée 2 51 46, 8

Second Résultat. Dist. appar. de ε d'*Orion* au Zénith de *Cotchesqui*, vers le Sud, au 1er Janv. 1743 . . . 1 25 53, 4

M. *Bouguer* démonte encore l'Instrument, & trace un nouvel arc, qui n'est que de 2^d 51′ 50″,

Troisième Suite d'Observations.

SITUATION du Limbe.	DATE des Observations.	QUANTITÉS observées avec le Micromètre.	ÉQUATIONS POUR LA Précession des Équinoxes.	ÉQUATIONS POUR LA Aberration de la Lumière.	ÉQUATIONS POUR LA Nutation de l'Axe terrestre.	Observations réduites au 1 Janv. 1743.	QUANTITÉS moyennes.	RÉSULTATS.
Le limbe vers l'orient.	22 Oct. 1742.	— 1′ 15″	— 0″,6	+ 8″,8	— 0″,2	— 1′ 7″,0		
	26	— 1 19	— 0, 6	+ 8, 5	— 0, 2	— 1 11, 3		
	27	— 1 17	— 0, 6	+ 8, 4	— 0, 2	— 1 9, 4		
	29	— 1 19	— 0, 6	+ 8, 3	— 0, 2	— 1 11, 5		
	29 Nov.	— 1 21	— 0, 3	+ 4, 8	— 0, 1	— 1 16, 6	— 1′ 13″,0	
	30	— 1 19	— 0, 2	+ 4, 7	— 0, 1	— 1 14, 6		
	17 Déc.	— 1 16	— 0, 1	+ 2, 2	— 0, 1	— 1 14, 0		
	29	— 1 17	— 0, 0	+ 0, 5	— 0, 0	— 1 16, 5		
	31	— 1 16	— 0, 0	+ 0, 2	— 0, 0	— 1 15, 8		— 9, 0
Le limbe vers l'occident.	23 Oct.	+ 0 58	— 0, 6	+ 8, 7	— 0, 2	+ 1 5, 9		
	2 Déc.	+ 1 4	— 0, 2	+ 4, 5	— 0, 1	+ 1 8, 2		
	5	+ 1 0	— 0, 2	+ 4, 0	— 0, 1	+ 1 3, 7		
	6	+ 1 2	— 0, 2	+ 3, 9	— 0, 1	+ 1 5, 6	+ 1 4, 0	
	8	+ 0 59	— 0, 2	+ 3, 6	— 0, 1	+ 1 2, 3		
	9	+ 0 59	— 0, 2	+ 3, 4	— 0, 1	+ 1 2, 1		
	1 Janv. 1743.	+ 1 2	— 0, 0	+ 0, 0	— 0, 0	+ 1 2, 0		
	2	+ 1 2	— 0, 0	— 0, 1	+ 0, 0	+ 1 1, 9		

Arc du Secteur. . . . . 2^d 51′ 50″,0

Double distance observée d'ε au Zénith 2 51 41, 0

Troisième Résultat. Distance apparente d'ε au Zénith de *Cotchesqui*, vers le Sud 1 25 50, 5

Remarques sur les observations de la Table précédente.

Nous voici enfin parvenus aux observations correspondantes, qui furent faites en même temps aux deux extrémités de notre arc du Méridien, & desquelles nous devons tirer l'amplitude de cet arc, & la valeur du degré.

La Table précédente contient celles que faisoit M. *Bouguer* au Nord de la Méridienne, tandis que j'en faisois d'autres au Sud. Les premières ont duré depuis le 9 Août 1742, jusqu'au 2 Janvier

Janvier 1743 : elles ont été faites à *Cotcheſqui* avec un nouveau Secteur, conſtruit à *Quito* tout exprès par le ſieur *Hugo* notre Horloger, ſous les yeux & ſous la direction de M. *Bouguer.* Le rayon de ce nouvel inſtrument étoit de huit pieds : il portoit une lunette de même longueur, qui y étoit appliquée très-ſolidement, & preſque immédiatement. Sa ſuſpenſion étoit différente de celle de l'ancien Secteur: celui-ci étoit mobile ſur un pivot preſque vertical. M. *Bouguer,* qui en a ſeul fait uſage, en aura ſans doute donné la deſcription & le deſſein.

Quoique M. *Bouguer* eut cherché à éviter, dans la conſtruction de ce nouveau Secteur, les défauts que nous avions remarqués dans l'ancien, & dont nous n'avions que trop éprouvé juſqu'alors les conſéquences; il procéda avec les mêmes précautions que s'il eût eu les mêmes obſtacles à ſurmonter. Il démonta & remonta pluſieurs fois le nouvel inſtrument, & changea l'objectif de place; en ſorte que ſes dernières obſervations à *Cotcheſqui* en 1742 compoſent trois Suites différentes, & donnent trois réſultats tout à fait indépendans l'un de l'autre. Outre cela, l'arc qui a ſervi aux deux premières Suites, n'eſt pas le même que celui ſur lequel ont été faites les obſervations, qui ont fourni le troiſième réſultat. Le premier arc avoit pour corde préciſément la 20.e partie du rayon; c'eſt-à-dire, qu'il étoit de $2^d\ 51'\ 54\frac{1}{3}''$. En marquant les points qui devoient terminer le ſecond arc, il ſe trouva plus court que le précédent d'une petite quantité, qui fut évaluée à plus de 4 ſecondes, & par conſéquent l'arc n'étoit plus que de $2^d\ 51'\ 50''$.

La diſtance apparente de l'étoile au zénith, tirée de la

première Suite d'obſervations, eſt de 1ᵈ 25′ 52″,4 : elle eſt de 1ᵈ 25′ 53″,4 par la ſeconde, & ſeulement de 1ᵈ 25′ 50″,5 par la troiſième. Ces différences ſont ſi légères, ſur-tout ſi l'on conſidère que les obſervations de chaque réſultat ont été faites, pour ainſi dire, avec différens inſtrumens, qu'il y a peu d'erreur à craindre en prenant un milieu. Cependant M. *Bouguer,* en me les communiquant les unes & les autres, me marquoit qu'il n'avoit pas cru devoir ajoûter une entière foi aux premières obſervations, & qu'il étoit tenté de les re-jeter à cauſe des divers obſtacles qu'il avoit eu à vaincre: en effet, c'étoit un inſtrument tout nouveau qu'il perfectionnoit à meſure qu'il en faiſoit uſage; & par cette raiſon, les der-nières obſervations, qui ſont auſſi les plus uniformes, ſem-blent mériter la préférence. Si donc on s'en tient, ſuivant nos conventions, à celles qui ont été faites en même temps, aux deux extrémités de l'arc; c'eſt au dernier réſultat 1ᵈ 25′ 50″ qu'il faudra s'arrêter: encore faudroit-il ne le tirer que des obſervations faites depuis le 29 Novembre, que les cor-reſpondantes ont commencé de ma part à *Tarqui.* La diſtance apparente au zénith de *Cotcheſqui* ſeroit en ce cas moindre de près d'une ſeconde, c'eſt-à-dire, de 1ᵈ 25′ 49″,2; & il y en auroit encore preſque une autre à retrancher, ſi on ne prenoit le milieu des obſervations de M. *Bouguer* à *Cotcheſ-qui,* qu'à compter du 8 Décembre; qui eſt, comme je l'expli-querai en ſon lieu, l'époque où j'ai commencé à être ſûr des miennes à *Tarqui.* Ceci poſé, la diſtance apparente de l'étoile ε d'*Orion* au zénith de *Cotcheſqui,* tirée des obſervations de M. *Bouguer,* correſpondantes aux miennes de *Tarqui,* ſeroit de 1ᵈ 25′ 48″,3, en réduiſant tout au premier Janvier 1743;

Il me reste à rendre compte de ces observations. Je les fis seul à *Tarqui* pendant que M. *Bouguer* faisoit à *Cotchesqui* celles que je viens de rapporter. Mais avant que de donner la Table & l'examen des miennes, je crois devoir parler des moyens nouveaux que j'employai pour perfectionner le Secteur, & pour mieux réussir dans ces observations que dans les anciennes.

ARTICLE XVII.

Des précautions particulières que je pris dans les dernières observations que je fis à Tarqui *en 1742 & 1743, en correspondance de celles que M.* Bouguer *faisoit dans le même temps, à l'autre extrémité de la Méridienne.*

Secteur raffermi. Suspension perfectionnée. Limbe aplani.

QUOIQUE dans le détail suivant je courre le risque de me rencontrer avec M. *Bouguer*, & peut-être de redire ce qu'il aura dit mieux que moi; cependant comme il est ici question d'observations que j'ai faites seul à une extrémité de la Méridienne, dans le même temps que M. *Bouguer* observoit à l'autre; & que c'est de ces observations contemporaines, dont quelques-unes sont simultanées, que nous sommes convenus de déduire l'amplitude de l'arc du Méridien ; je ne puis me dispenser de rendre un compte détaillé des précautions nouvelles que je pris en mon particulier, pour assurer le succès de la partie de notre travail, de laquelle je me trouvois chargé: comme M. *Bouguer* l'aura fait à l'égard de celle qui le concernoit. Au reste j'aurai soin de passer sous silence ce qui est

commun à ces dernières obſervations & aux précédentes, & tout ce que j'ai déjà remarqué ailleurs, ou dont il eſt fait mention dans les procès verbaux rapportés dans les articles VI & XII.

J'ai déjà dit que j'avois fait tranſporter à bras, de *Quito* à *Tarqui*, dans une caiſſe ſolide & proportionnée, notre Secteur tout monté : tel qu'il venoit de me ſervir à *Quito*, pour une obſervation que j'y avois faite immédiatement avant mon départ; uniquement dans la vûe de me préparer à celles que j'allois entreprendre à *Tarqui*. Malgré toutes mes précautions, je m'aperçus dès que je commençai à obſerver, que dans un tranſport de 80 lieues, & par un pays de montagnes, l'aſſemblage des pièces qui compoſoient l'inſtrument, devoit avoir ſouffert quelque dérangement; puiſque l'axe optique de la lunette avoit ſenſiblement changé de ſituation. Je ne balançai pas à démonter le Secteur, à en raffermir toutes les parties, & à le conſtruire tout de nouveau; mais avant que de le démonter, j'y fis une autre réparation.

J'avois remarqué dès le temps de nos premières obſervations, que l'hémiſphère *G*, par lequel le Secteur étoit ſuſpendu *(Voy. art. II)*, ne tournoit pas aſſez librement dans le carcan *K*. Nous tâchions d'y ſuppléer en ſoûlevant l'inſtrument, pour faciliter ſon mouvement de rotation ſur ſon axe, lorſqu'on le vouloit diriger dans le plan du Méridien, & ſur-tout lorſqu'on le retournoit pour la vérification; mais il étoit toûjours à craindre que la réſiſtance cauſée par le frottement, jointe à la longueur de 12 pieds qu'avoit le rayon, n'occaſionnât à la barre de fer *EC*, quelque torſion en ſpirale, qui changeât la ſituation du rayon par rapport à la lunette. Je

Planche III.

crus même, en y regardant de près, remarquer à l'œil quelque chose de semblable, quand j'essayois à dessein d'imprimer au Secteur le mouvement sur son axe par le demi-globe de bronze *G*, qui formoit sa suspension. Pour prévenir jusqu'au soupçon de cet accident, je passai une journée entière, aidé de M. de *Morainville*, à user le demi-globe sur son collier *K*: d'abord avec un sable noir métallique très-dur, que l'aiman attire, & qui est commun dans le pays*, & ensuite avec l'émeril. Nous parvînmes à diminuer les frottemens au point que, malgré le poids de l'instrument, on le faisoit tourner librement sur son axe, en le poussant du bout du doigt, par en bas à l'extrémité du limbe. Cependant, pour une plus grande sureté, ce fut toûjours par le haut qu'on continua de le mettre en mouvement, toutes les fois qu'il fut question de le retourner.

Après cette opération, je démontai l'instrument, je fis faire de nouveaux écrous & de nouvelles vis; je les fis serrer à force, & sans y mettre d'huile, suivant l'avis de M. *Bouguer*; je les fis même river, pour qu'il ne fût pas possible qu'elles se lâchassent; j'assurai la boîte de cuivre & les plaques qui contenoient & assujétissoient l'objectif, en les attachant fortement à l'extrémité supérieure du rayon, vis-à-vis du centre de l'instrument, avec des fils de fer qui ne permettoient pas à l'objectif le moindre jeu.

Je fis la même chose à l'égard de la boîte du Micromètre à l'extrémité inférieure de la lunette, en unissant l'un &

* Il s'en trouve aussi dans plusieurs autres endroits de l'Amérique, & notamment en Virginie. *Voy. Petri Van Musschenbroeck, Dissert. de Magnete.*

l'autre à la barre qui formoit le rayon du Secteur, par des liens plus forts, & en plus grand nombre que ceux qui avoient été précédemment employés au même usage. En même temps que je prenois de nouvelles précautions, je renchérissois sur toutes les anciennes.

A l'égard des fourchettes ou supports *Z Z*, qui, dès le temps de la construction du Secteur, m'avoient paru foibles & d'une longueur excessive, M. *Bouguer* ne m'avoit rien laissé à faire. L'année précédente 1741, en observant seul à *Tarqui*, il en avoit augmenté le nombre, & ils avoient déjà été raccourcis de moitié; en sorte que la lunette étoit aussi près du corps de l'instrument que la largeur des règles de chan *JJJ*, *A*a, *B*b, & celle de la boîte du Micromètre l'avoient pû permettre.

M. *Bouguer* avoit aussi ajoûté au Secteur en 1741 une traverse *d d*, formée d'une lame de fer plate, posée parallèlement au limbe, & entrelassée entre le rayon *C D*, & les arcs-boutans ad, bd. Cette traverse subsistoit, & j'en fis placer une seconde *c c* à l'endroit où les deux parties du rayon se joignoient. Celle-ci embrassoit la règle de chan *J J* adossée au rayon, & lui étoit attachée avec de fortes vis. Je liai ensuite, & j'affermis toutes les parties du Secteur, en faisant passer un gros fil de fer, tendu à force avec un étau à main, depuis les deux trous *e e*, pratiqués près du centre, jusqu'aux deux bouts *c c* de ma nouvelle traverse. De là le même fil alloit s'attacher aux points extrêmes *d d* de la traverse inférieure; & enfin aux points *a* & *b* de la règle de fer qui portoit le limbe. Ce fil de fer, ou plustôt tous ces fils tendus dans le plan du limbe, rendoient l'ensemble du Secteur plus ferme & plus inflexible, sans presque rien ajoûter à son poids.

Avant que de remonter l'inſtrument, je fis auſſi planer le limbe, dont la ſurface étoit un peu convexe; & en le remettant à ſa place, j'eus ſoin de lui procurer une ſituation bien verticale qu'il n'avoit jamais eue dans toutes nos obſervations antérieures; ce qui nous avoit toûjours obligés de tenir le cheveu fort détaché du limbe, parce que lorſqu'il touchoit au bord inférieur du limbe, il s'en falloit de plus d'une demi-ligne qu'il ne touchât à ſon bord ſupérieur.

Enfin je remontai le Secteur après avoir tracé un nouvel arc, dont la corde étoit exactement la dix-ſeptième partie du rayon.

ARTICLE XVIII.

Continuation du même ſujet.

Parallélisme de la Lunette au plan du Secteur. Remarques ſur le fil-à-plomb. Mouvement du Secteur dans le plan du Méridien. Inverſions alternatives de l'Inſtrument.

J'AVOIS placé la lunette le plus parallèlement au rayon qu'il m'avoit été poſſible, par la méthode décrite dans le procès verbal rapporté *(art. VI, p. 129)*: mais on ne peut attendre de ce moyen qu'une approximation; & en effet, lorſque j'eus une Méridienne tracée, je reconnus par obſervation, que le plan du Secteur étant dirigé dans celui du Méridien, l'étoile paſſoit au fil vertical de la lunette 11 à 12 ſecondes avant l'heure de ſa médiation conclue par des hauteurs correſpondantes. Pour m'aſſurer mieux du fait, je retournai le Secteur, en préſentant à l'occident la face du limbe, qui avoit juſque-là regardé l'orient; & je vis que l'étoile tardoit d'autant de

ſecondes au fil vertical, qu'elle avoit avancé dans la ſituation précédente. J'approchai le verre objectif du plan de l'inſtrument; & après quelque tâtonnement, qui me fit perdre pluſieurs obſervations, je réuſſis à faire paſſer l'étoile au fil vertical à l'heure du calcul. Je n'inſiſte pas ſur un point capital, & qui fait la baſe de toutes les obſervations : l'attention ſcrupuleuſe de bien caler l'inſtrument, en ſorte que le fil-à-plomb, pendant librement du centre, raſe le limbe ſans y toucher dans les deux ſituations inverſes de l'inſtrument. La réunion de toutes ces circonſtances m'aſſuroit que l'axe optique de la lunette étoit bien parallèle au plan du Secteur. *(Voy. art. X, pag. 150)*.

Nous avons manqué d'une commodité que les Obſervateurs ſe ſont procurée depuis quelques années, ſur-tout pour les grands inſtrumens; je veux dire d'un fil d'argent pour ſuſpendre le plomb. Ce fil eſt preſqu'auſſi fin qu'un cheveu, & il eſt plus rond & plus égal. A ſon défaut, nous nous ſervions d'un fil de *pite;* après avoir reconnu, par expérience, qu'un filet compoſé de cheveux noués bout à bout, & chargé du poids de deux onces, étoit ſujet à ſe rompre ſur une longueur de douze pieds. Nous ajoûtions au fil de pite un bout de cheveu à l'endroit qui répondoit vis-à-vis du limbe; mais ce cheveu tournant ſur ſon axe, & ſouvent inégal dans ſa longueur, ne partageoit pas toûjours de la même manière le point qui terminoit l'arc tracé ſur le limbe. Pour remédier à ce défaut, je prenois tous les jours le ſoin de caler l'inſtrument ſur le point, une ou deux heures avant le paſſage de l'étoile; afin que le cheveu eût le temps de perdre ſon mouvement de rotation : l'extrémité du cheveu noué avec le fil de pite débordoit

le

le nœud, & formoit une eſpèce d'index dont la direction revenoit toûjours la même, lorſque le fil-à-plomb & le poids étoient dans un parfait repos; ce qui me ſervoit de repaire pour leur procurer toûjours la même ſituation. Je vérifiois un moment avant l'obſervation ſi l'inſtrument étoit bien calé; & auſſi-tôt qu'elle étoit terminée, j'examinois de nouveau ſi le cheveu répondoit au milieu du point. Quelquefois je trouvois une petite différence, cauſée peut-être par l'action de la main ſur la vis du Micromètre; quoique l'inſtrument eût un point d'appui à ſa partie inférieure, & que j'euſſe une grande attention à ne point appeſantir la main en tournant l'index. Alors j'évaluois en tiers ou en quarts de la largeur du cheveu, ce qu'il s'en falloit que le point ne fût coupé en deux également, & j'avois égard à la différence que j'avois remarquée. Le diamètre moyen des cheveux dont je me ſervois m'étoit connu: je ſavois par l'expérience que j'en avois faite, qu'il falloit, à très-peu près, ſoixante largeurs d'un cheveu d'Indien pour couvrir une étendue de trois lignes; & par conſéquent que le cheveu dont je me ſervois cachoit ſur mon limbe un eſpace de trois ſecondes. D'ailleurs, les différences que j'avois à évaluer ne paſſoient pas ordinairement une demi-largeur de cheveu: ainſi j'avois peu d'erreur à craindre dans cette correction.

Pour faire ceſſer pluſtôt les oſcillations du fil-à-plomb, & mieux juger quand il répondoit ſur le point qui terminoit l'arc, nous avions preſque toûjours tenu, lors de nos obſervations précédentes, le poids plongé dans un vaſe plein d'eau. La réfraction qui faiſoit paroître ce poids plus élevé qu'il ne l'étoit réellement, nous avoit quelquefois fait juger qu'il pendoit

très-librement, quoiqu'en effet il touchât le fond du vaſe. Les cheveux en ſe mouillant ſont ſujets à s'alonger à un tel point, qu'on ne ſauroit être trop en garde contre cet accident. Mais un fait plus extraordinaire & bien plus propre à induire en erreur, c'eſt que l'eau, quand elle a ſéjourné quelques jours, ſe couvre quelquefois d'une pellicule graſſe & viſqueuſe, qui empêche le plomb ſuſpendu au fil, d'oſciller en liberté; juſque-là qu'en tranſportant doucement le vaſe, il m'eſt arrivé de voir le poids en ſuivre les mouvemens, & s'écarter de la ligne verticale ſans reprendre ſon aplomb; comme s'il eût été plongé dans de la graiſſe figée. J'ai ſoupçonné que le vaſe, qui étoit de bois, ou pluſtôt le vernis de *Paſto* dont il étoit enduit, contribuoit à cet effet ſingulier. Quoi qu'il en ſoit, après m'être convaincu de ce fait par mes yeux, je réſolus, pour me délivrer de tout ſcrupule, de ſupprimer l'eau & le vaſe, & de laiſſer pendre le plomb librement en l'air; en prenant d'ailleurs des meſures pour mettre le fil à l'abri du vent, qui eſt un très-grand obſtacle à la juſteſſe des obſervations, quand on ne réuſſit pas à s'en garantir.

Planche III. On a vû dans la deſcription du Secteur, que les deux vis de régie *n n*, portant ſur les tenons *M M*, aux deux bouts du limbe, ſervoient à le contenir dans une ſituation fixe; & qu'en preſſant l'une des deux & en lâchant l'autre, on inclinoit plus ou moins le Secteur dans le plan du limbe: je craignis donc de gêner l'inſtrument en faiſant agir à la fois les deux vis *n n* ſur les tenons, comme nous avions fait dans nos premières obſervations de 1739. Dans celles que je fis ſeul depuis, & particulièrement dans celles dont il eſt ici queſtion, j'eus toûjours ſoin de lâcher la vis ſupérieure, & de ne

faire uſage que de l'inférieure, ſur laquelle l'inſtrument repoſoit par ſon poids. Il ſuffiſoit d'enfoncer cette vis, qui appuyoit ſur un des tenons *M:* elle repouſſoit le limbe inſenſiblement, juſqu'à ce que le fil-à-plomb battît ſur l'extrémité de l'arc, au point α ou au point ω, ſuivant la ſituation de l'inſtrument.

Je ne dois pas compter au nombre des précautions nouvellement priſes, lors de nos dernières obſervations, celle de ne nous être pas bornés à obſerver la diſtance au zénith dans deux différentes ſituations du Secteur, & de l'avoir toûjours remis une ſeconde fois dans ſa première ſituation, pour nous aſſurer que l'inſtrument n'avoit point varié dans le premier détour. Nous avions preſque toûjours ſuivi cette pratique dans nos obſervations antérieures, comme on le peut voir par les Tables précédentes. Ce qui diſtingue en ce point, les obſervations correſpondantes aux deux extrémités de l'arc, deſquelles il s'agit maintenant, c'eſt que nous y avons encore renchéri ſur cette précaution; en retournant alternativement pluſieurs fois les deux inſtrumens en ſens contraires, M. *Bouguer* de ſon côté, & moi du mien. La conformité que nous avons trouvée depuis ce temps-là, l'un & l'autre, pendant pluſieurs mois, entre nos diverſes obſervations, eſt une preuve évidente que nos Secteurs ne ſouffrirent aucun ébranlement dans toutes ces différentes inverſions: & les dérangemens fréquens que nous avions tant de fois remarqués dans toutes nos obſervations précédentes, rendoient cette preuve bien néceſſaire.

J'omets, pour éviter une exceſſive longueur, le moyen d'éclairer les fils d'une manière toûjours uniforme, & le détail de pluſieurs autres attentions utiles, que j'ai eues & que je ne vois décrites nulle part. Je me hâte de paſſer au point le plus important.

ARTICLE XIX.

Continuation du même sujet.

Parallaxe des fils au foyer de la Lunette, différente pour divers Observateurs, & variable pour le même en différens temps.

ON ſait, au moins depuis le temps de M. *Picard* (Voy. *Meſ. de la Terre de M. Picard, art. V),* ce que c'eſt que la parallaxe des fils ou des ſoies qui ſe croiſent à angles droits dans les lunettes des Quarts-de-cercle, & autres inſtrumens aſtronomiques. Si ces fils ne ſe trouvent pas bien exactement placés au foyer de l'objectif; au lieu de les voir comme appliqués ſur l'objet même, on apercevra un intervalle entre l'image de l'objet qui ſe peint au foyer & le plan des fils; & ſelon que l'œil changera de ſituation, cet intervalle paroîtra plus ou moins grand. C'eſt-là, comme on voit, une vraie parallaxe, & elle peut ſe manifeſter en deux ſens différens, ſelon que les fils ſe trouveront placés à l'égard de l'œil de l'obſervateur; c'eſt-à-dire, en deçà ou au delà de l'image. Si cette image eſt plus loin de l'œil que les fils, l'œil en s'élevant la verra s'élever, & en s'abaiſſant il la verra s'abaiſſer; en un mot, elle paroîtra en ce cas ſuivre les mouvemens de l'œil. Le contraire aura lieu ſi elle eſt entre l'œil & les fils. Il n'eſt pas beſoin de figure pour concevoir que cela doit arriver ainſi : un moment de réflexion ſuffira au Lecteur attentif pour s'en convaincre.

Ceux qui ont manié des inſtrumens d'Aſtronomie, du moins ceux qui ont été dans le cas de placer des ſoies dans

une lunette, ſavent que le meilleur moyen dans la pratique pour s'aſſurer qu'elles ſont bien au foyer, c'eſt d'avancer ou de reculer le réticule ou chaſſis qui les porte, juſqu'à ce qu'on les voie ſur l'objet, comme ſi elles y étoient collées; & cela quelque ſituation qu'on donne à l'œil, ſoit en le portant en haut ou en bas, ſoit à droite ou à gauche: tout ceci eſt connu. Mais voici quelque choſe qui, je penſe, n'avoit pas encore été remarqué. Suppoſé que le fait pût être prévû par la théorie, il n'en eſt pas moins vrai-ſemblable qu'il nous eût échappé, à M. *Bouguer* & à moi, comme à tant d'autres Obſervateurs, ſi la conformation de nos yeux eût été moins différente.

Pendant le cours de nos premières obſervations à *Tarqui*, en Décembre 1739: un jour que la lunette avoit été raccourcie en rapprochant l'objectif de l'oculaire; je repréſentois à M. *Bouguer* qu'il falloit que les fils du Micromètre ne fuſſent pas encore bien au foyer de la lunette, puiſqu'en changeant l'œil de place je voyois l'image en changer auſſi, & ſuivre en hauſſant & baiſſant les mouvemens de mon œil; ce que M. *Verguin*, qui étoit préſent, éprouvoit tout comme moi. M. *Bouguer* me ſurprit en me répondant, que la parallaxe dont je me plaignois, ſe faiſoit pour lui en ſens contraire; puiſqu'il voyoit baiſſer l'image de l'objet, quand il hauſſoit l'œil, & réciproquement. Je ne me ſouviens point, & je n'ai point écrit que nous ayions remarqué rien de plus ſur ce ſujet en 1739.

Ce n'eſt cependant pas tout. Cette parallaxe, déjà différente pour les différentes vûes, eſt encore variable pour le même Obſervateur. J'ai long-temps ignoré que cette remarque, ſur

laquelle je n'ai été prévenu par perſonne, eût le mérite de la nouveauté. Il falloit, pour la faire, le concours des circonſtances où je me trouvois : obſerver de ſuite une même étoile avec une longue lunette, dans un pays ou dans une ſaiſon, où le temps fût fort variable d'un jour à l'autre, & ſouvent couvert, en telle ſorte néanmoins qu'on ne laiſſât pas d'entrevoir l'étoile avec la lunette.

La première mention que je trouve de ce fait ſur mon journal d'obſervations, eſt du 27 Décembre 1740, quoique je m'en fuſſe aperçû pluſtôt. J'obſervois ſeul à *Quito* avec notre Secteur ordinaire; le Ciel étoit légèrement couvert de nuages clairs & déliés, qui ne me déroboient pas la vûe des étoiles. Je reconnus avec la plus grande évidence, que la parallaxe des fils, qui la veille étoit très-conſidérable par un temps clair & ſerein, avoit entièrement ceſſé ce jour-là; en ſorte que l'étoile ne changeoit plus de ſituation apparente, quoique mon œil changeât de place. Si c'eût été la première fois que je m'en fuſſe aperçû, j'aurois pû attribuer cette différence à un changement paſſager dans la diſpoſition de mon œil; ce qui fût retombé dans le cas de la première remarque au ſujet des deux différentes vûes : mais les preuves que j'avois déjà que cette cauſe ne ſuffiſoit pas pour expliquer le fait, ſe multiplièrent de jour en jour; & l'année ſuivante 1741, je m'aſſurai encore plus particulièrement dans le cours d'une longue Suite d'obſervations, que je fis à *Quito* avec une lunette de 14 pieds, ſcellée dans un mur, que la parallaxe des fils changeoit ſouvent très-ſenſiblement, & non ſeulement du jour au lendemain, mais quelquefois d'un moment à l'autre; ſuivant les différens états de l'atmoſphère, & ſelon le plus ou le moins de lumière de l'étoile. Comme il en paſſoit dans ma lunette un aſſez grand

nombre de différentes grandeurs, dont quelques-unes paſſoient à de courts intervalles l'une de l'autre, & que j'obſervai pluſieurs mois de ſuite; j'eus tout le temps de bien vérifier le fait. Je remarquai conſtamment que lorſque j'avois atteint une étoile de la cinquième ou ſixième grandeur avec le fil mobile du Micromètre, elle ne me paroiſſoit point ſe détacher du fil, quoique je hauſſaſſe & baiſſaſſe l'œil. Les fils de ſoie, les ſeuls dont nous nous ſommes ſervis, & qui ſont beaucoup plus fins que ceux d'argent, ſont auſſi bien plus propres pour ces ſortes d'obſervations.

Je remarquai encore que plus les étoiles étoient brillantes, plus leur image ſe peignoit loin de mon œil, & au delà des fils du Micromètre; ce que je reconnoiſſois, comme je l'ai déjà dit, parce qu'en hauſſant & baiſſant l'œil, cette image paroiſſoit en ſuivre les mouvemens. C'eſt ſans doute par la même raiſon que je ne remarquois point ordinairement de parallaxe ſenſible, même à l'égard des étoiles de la ſeconde grandeur, quand elles paſſoient de jour dans la lunette.

Je communiquai dans le temps à M. *Bouguer* ces différentes remarques, à meſure que je les faiſois; je n'ai point ſû s'il les avoit faites de ſon côté: mais je ſuis ſi ſûr de ce que j'ai vû, que je ne puis douter qu'il n'ait vû les mêmes choſes que moi.

Je réſume les faits que je viens d'expoſer, & j'en tire les conſéquences immédiates. M. *Bouguer* voyoit quelquefois l'image de l'étoile en-deçà des fils du Micromètre, à la même heure où je la voyois au delà. Donc nous voyions alors lui & moi, deux images différentes; ce qui ſuppoſe dans l'objectif un changement de foyer relatif aux différentes vûes. L'Obſervateur

Presbyte aperçoit celle des deux images qui est la plus éloignée de son œil, & la plus voisine de l'objectif; le *Myope* a des apparences toutes opposées. Si donc il n'y avoit point d'oculaire, la lunette seroit plus courte pour le presbyte, & plus longue pour le myope. Cependant la théorie nous enseigne que l'Observateur myope ne peut voir distinctement l'image peinte au foyer de la lunette, sans approcher l'oculaire de cette image, pour augmenter la divergence des rayons, qui, sans cette précaution, réunis trop tôt dans son œil, y rendroient la vision confuse: & que le presbyte au contraire doit éloigner l'oculaire de l'image, pour rendre les rayons plus convergens, & hâter leur réunion sur la rétine. Or on ne peut approcher l'oculaire du foyer de la lunette sans la raccourcir, ni l'éloigner du même foyer sans la ralonger. La lunette garnie d'un oculaire doit donc être plus courte pour le myope & plus longue pour le presbyte: & l'expérience y est conforme.

Ainsi donc, la lunette s'accourcit pour le myope du côté de l'objectif, tandis qu'elle s'alonge du côté de l'oculaire: & réciproquement pour le presbyte. Or ces deux variations relatives aux deux différentes vûes, croissent en sens contraire avec la longueur des lunettes, mais la première dans un bien plus grand rapport que la seconde*. D'où il s'ensuit, que si une lunette de grandeur ordinaire doit être raccourcie pour une vûe basse, le contraire peut & doit arriver dans une fort longue lunette. J'avoue que je n'en ai pas fait l'expérience.

Quant à ma dernière remarque sur la diversité de parallaxe des fils pour un même Observateur en différens temps; j'ignore

* Tandis que l'une croît comme la longueur du foyer de l'objectif, l'autre ne croît qu'en raison sous-doublée, comme la longueur du foyer de l'oculaire.

j'ignore de quelle manière ces différences ſe ſont manifeſtées à M. *Bouguer.* Comme je n'ai point eu de communication de ce qu'il a lû ſur ce ſujet à l'Académie en mon abſence, & que j'ai crû devoir me priver de la lecture de ſon livre, juſqu'à ce que le mien fût publié, je dois m'en tenir à ce que j'ai reconnu par ma ſeule expérience. Premièrement, je n'ai aperçû, comme je l'ai dit, aucune parallaxe ſenſible dans les fils du Micromètre, lorſque le Ciel étoit légèrement couvert de petits nuages tranſparens : en ſecond lieu, lorſque le temps étoit clair, & les étoiles brillantes, j'ai toûjours vû l'image de l'étoile au delà des fils; puiſqu'elle m'a toûjours paru ſuivre les mouvemens de mon œil. Enfin quoique j'aie ſouvent raccourci la lunette conſidérablement, je n'ai jamais vû l'image en deçà des fils, ni la parallaxe en ſens contraire au mouvement de l'œil, comme M. *Bouguer* l'a vûe quelquefois; mais ce que j'ai vû ſuffit, pour en conclurre que le même Obſervateur ne voit pas toûjours la même image, & que le foyer de la lunette varie ſuivant les différens états de l'atmoſphère, les différens milieux que traverſent les rayons, & le plus ou moins de lumière de l'objet.

Ce n'eſt pas une choſe nouvelle que la multiplicité des images qui ſe peignent au foyer d'une lunette : il y a longtemps qu'il eſt démontré en Dioptrique, qu'un objectif, dont la courbure eſt ſphérique, ne réunit pas les rayons en un point; & que plus la ſphère ſur laquelle le verre a été travaillé eſt d'un grand rayon, le nombre de degrés étant ſuppoſé le même, plus le foyer occupe un eſpace conſidérable en tout ſens. L'expérience confirme ici pleinement la théorie.

Si on reçoit à travers un objectif de 15 à 16 pieds de foyer fur un papier blanc & dans une chambre obfcure, l'image d'un objet éclairé, on reconnoîtra que le lieu où cette image fe projette diftinctement n'eft pas un plan mathématique, & qu'on peut éloigner ou approcher un peu le papier de l'objectif, fans que l'image foit confufe. On fera même embarraffé à déterminer le point précis où elle eft la plus diftincte.

Mais une autre raifon, long-temps ignorée, contribue au même effet, & beaucoup plus puiffamment que la précédente: c'eft la différente nature des rayons de lumière, découverte dûe, ainfi que tant d'autres, à M. *Newton.* Ce Philofophe a fait voir que les rayons, en traverfant une même furface, fe rompent fous différens angles; & que felon leurs divers degrés de réfrangibilité, ils fe réuniffent, à des diftances inégales, en différens foyers, où ils forment autant d'images diverfement colorées. Cette expérience eft connue de tout le monde; mais il étoit naturel de penfer que c'étoit l'image la plus lumineufe, celle qui occupoit le milieu de la profondeur du foyer, celle enfin qui répondoit au point le plus éclairé, qui étoit toûjours aperçûe par les différens Obfervateurs, & fur-tout par le même: au lieu qu'il eft déformais prouvé & confirmé par l'expérience, que le même jour & dans le même inftant, deux Obfervateurs voient dans la même lunette deux images différentes; & que le même Obfervateur, en différens jours & à différentes heures, ne voit pas toûjours la même image.

Avant la découverte de la diverfe réfrangibilité des rayons de lumière, Defcartes, & plufieurs autres Phyficiens après lui, avoient cherché les moyens de donner aux objectifs une figure différente de la fphérique, & propre à procurer la réunion

des rayons en un point. C'eſt preſque à ce ſeul but qu'ont tendu tous leurs efforts, comme à l'unique moyen de perfectionner les lunettes; juſqu'à ce qu'il ait été prouvé qu'on ne remédieroit par-là qu'à la moindre partie de la diffuſion du foyer; puiſque celle qui eſt cauſée par la diverſe réfrangibilité des rayons de lumière eſt incomparablement plus grande que celle qui eſt produite par la ſphéricité du verre*. Depuis ce temps, on a preſque regardé comme ſans remède l'imperfection des lunettes, & M. *Newton* même parut avoir abandonné quelques idées qu'il avoit eues pour corriger le défaut de la courbure ſphérique : du moins il tourna ſes vûes vers les Téleſcopes catoptriques, dont il a tiré un ſi grand parti. Les choſes en étoient demeurées là, lorſque le ſavant M. *Euler*, *conſidérant que les rayons qui entrent dans l'œil y ſouffrent quatre réfractions, en a conclu qu'il doit être poſſible d'arranger tellement quatre ſurfaces réfringentes, que les foyers de toutes ſortes de rayons conviſſent dans un ſeul point, à quelque diſtance que ſe trouvât l'objet.* Partant de ce principe, il a réſolu le problème; en donnant les dimenſions d'un objectif tel, que les rayons les plus diverſement réfrangibles, après avoir traverſé une lentille d'eau contenue entre deux verres meniſques ſemblables, de courbures ſphériques, & après avoir ſouffert quatre réfractions, ſe réuniſſent en un ſeul point.

* Comme de 5449 à 1. *Voy. Compleat ſyſt. of opticks by R. Smith*, n.° 340.

* *Mémoires de l'Académie de Berlin, 1747, page 279.*

Je reviens à mon ſujet. Parmi une foule d'images, placées ſur l'axe optique d'une lunette ordinaire, à différentes diſtances de ſon objectif; la plus forte, la plus lumineuſe, celle en un mot qui occupe le milieu de l'eſpace qui les renferme toutes, comment n'eſt-elle pas toûjours la première, & même la ſeule aperçûe, ſoit par différens Obſervateurs, ſoit par le

même? Essayons de répondre à cette difficulté.

Quoique, géométriquement parlant, l'image qui occupe le centre du foyer doive être la plus vive & la plus brillante de toutes; cependant comme la dégradation de lumière d'une image à l'autre se fait par degrés insensibles, il y a autour du foyer physique, un certain espace, dans lequel toutes les images sont presque également propres à être aperçûes. Supposons que cet espace occupe un pouce, ou la cinquième partie de la profondeur du foyer sur l'axe d'une lunette de douze pieds, dans laquelle les foyers des différens rayons s'étendent sur une longueur de plus de cinq pouces, comme il suit de ce que M. *Newton*, & tout récemment M. *Euler* *, ont démontré. Entre toutes les images presque également propres à être aperçûes, sur cette longueur supposée d'un pouce; chaque Observateur doit voir plus distinctement, à l'aide de l'oculaire qui sert à les grossir, celle qui se trouve située à la distance la plus convenable à la conformation de ses yeux: ainsi, celui qui a la vûe basse verra une image plus voisine de son œil; & celui qui a la vûe longue verra une image plus éloignée. Et si le chassis qui porte les soies se trouve placé entre ces deux images, la parallaxe des fils aura lieu nécessairement en sens contraire pour les deux Observateurs; comme cela nous est effectivement arrivé à M. *Bouguer* & à moi.

* *Mémoires de l'Académie de Berlin, 1747, page 276.*

Il resteroit à expliquer pourquoi l'image de l'étoile, laquelle d'un temps clair & serein me paroissoit toûjours au delà des fils du Micromètre, venoit se placer sur ces fils dans un temps légèrement couvert; & par conséquent pourquoi le foyer de l'objectif sembloit s'alonger pour moi en ce dernier cas. Je me contenterai de faire sur cela les remarques suivantes.

Prémièrement, de ce que je voyois presque toûjours l'image au delà des fils du Micromètre, il semble qu'on pourroit inférer que la lunette étoit trop courte pour ma vûe : cependant cette conséquence est difficile à concilier avec deux faits certains. L'un, que j'avois tâché de donner à la lunette avec laquelle j'ai fait ces expériences, la longueur la plus convenable à mes yeux; en l'essayant sur plusieurs étoiles avant que de la faire sceller : l'autre, que depuis qu'elle étoit fixée, je l'avois raccourcie peu à peu, de plus d'un pouce, sans avoir pû faire cesser la parallaxe, qui me faisoit toûjours voir l'étoile au delà des fils, quand le Ciel étoit clair.

Secondement, puisque cette parallaxe, que je n'avois pû anéantir en raccourcissant la lunette, devenoit nulle, ou tout-à-fait insensible par un temps légèrement couvert; il faut bien que l'image, qui d'un temps serein se peignoit au delà des fils, vînt, dans la nouvelle disposition de l'atmosphère, se projeter sur leur plan même. Elle s'approchoit donc alors de mon œil, & s'éloignoit de l'objectif: ce qui semble prouver que, dans le premier cas, l'image étoit formée par les rayons le plustôt réunis, & dans le second par ceux du plus long foyer. Mais quelle pouvoit être la cause qui affoiblissoit ou interceptoit alternativement, tantôt certains rayons, & tantôt d'autres, pour ne laisser voir au même spectateur que l'une ou l'autre image? L'expérience prouve que les rayons rouges sont ceux qui ont le plus de facilité à pénétrer l'atmosphère. Le Soleil & les autres astres, vûs près de l'horizon quand l'air est chargé de vapeurs, paroissent teints de cette couleur. Les rayons rouges sont aussi les moins réfrangibles, & par cette raison ce sont ceux qui se réunissent le plus loin du verre où ils sont rompus.

Ceci quadre à quelques circonſtances des apparences optiques que j'ai remarquées, mais non à toutes. On pourroit ſuppoſer que lorſqu'il n'y avoit point de parallaxe, les ſeuls rayons rouges avoient la force de percer les petits nuages dont le Ciel étoit alors couvert; & que leur foyer étant plus long, l'image atteignoit, en ce cas, le plan des fils qu'elle ne pouvoit atteindre quand ces rayons ne dominoient pas ſur les autres. Mais il ſemble auſſi que par la même raiſon, l'image de l'étoile auroit dû alors paroître rougeâtre, comme il arrive aux aſtres près de l'horizon, & c'eſt ce que je n'ai pas remarqué.

Je craindrois de trop donner à la conjecture, en entrant dans un plus grand détail, & je laiſſe à M. *Bouguer* le ſoin d'approfondir une matière, ſur laquelle il a ſur moi l'avantage d'avoir publié il y a plus de vingt ans * de ſavantes recherches. Il a encore, dans l'occaſion préſente, celui de pouvoir fonder ſes raiſonnemens ſur un plus grand nombre de faits que moi; outre ſes propres expériences, je lui ai communiqué toutes les miennes. Pour moi, je ſais ſeulement que M. *Bouguer* a quelquefois vû la parallaxe des fils du Micromètre, dans un ſens contraire à celui où nous la voyions, M. *Verguin* & moi. Du reſte je ne ſais, au ſujet de ces apparences optiques, que ce que j'en ai vû par mes propres yeux, dans mes obſervations particulières. Je viens au point le plus eſſentiel, & par lequel je terminerai cette longue diſſertation ſur les nouvelles précautions priſes dans mes dernières obſervations. C'eſt le moyen que j'ai employé pour éviter l'erreur de la parallaxe des fils du Micromètre, qui juſque-là nous avoit été ſi fatale.

* Eſſai ſur la gradation de la Lumière, *Paris, 1729.*

ARTICLE XX.

Continuation du même ſujet.

De la manière d'éviter la Parallaxe des fils au foyer de la Lunette.

DANS toutes les obſervations qui ont précédé les ſimultanées, nous n'avions pris, contre la parallaxe des fils, d'autres précautions que celle qui eſt indiquée dans le procès verbal des anciennes obſervations de 1739 à *Tarqui (art. VI, page 133)*, & dans la Table des obſervations faites par M. *Bouguer* au même lieu en 1741 *(art. XV, page 179, après le 5me Réſultat)*. Cette précaution conſiſtoit à placer toûjours l'œil au même point; & pour y réuſſir plus ſûrement, nous appliquions au devant de l'oculaire un bout de tuyau de carton, percé d'une très-petite ouverture, qui ſervoit de pinnule. Cet expédient remédieroit à tout ſi la parallaxe des fils n'étoit pas variable: car ſuppoſant que la pinnule fût ſituée obliquement à l'égard de l'axe de la lunette; il eſt bien vrai que l'œil placé à la pinnule, rapporteroit l'image à un point du réticule, autre que celui où il la rapporteroit s'il la voyoit d'un point de l'axe même; & que par conſéquent la hauteur de l'aſtre lui paroîtroit augmentée ou diminuée : mais ce ſeroit d'une quantité toûjours égale & du même ſens, tant que l'inſtrument reſteroit dans la même ſituation; & lorſqu'on le retourneroit, l'erreur ſeroit encore la même en ſens contraire. Ainſi cette erreur ſe confondroit avec celle qui réſulte du défaut de parallèliſme de la lunette au rayon d'où on commence à compter les angles: ces deux erreurs n'en feroient qu'une, & la ſomme des deux

feroit reconnue par l'opération ordinaire du renverſement, qui ſert à vérifier la poſition de la lunette. Mais puiſqu'il eſt certain que la parallaxe des fils eſt variable, & que la diſtance de l'objectif à l'image qui ſe peint à ſon foyer n'eſt pas toûjours la même, il s'enſuit que la précaution de la pinnule fixe n'eſt pas ſuffiſante; & il eſt évident, par les loix de la projection, que l'œil ſitué obliquement par rapport à l'axe de la lunette, ne peut manquer, quoiqu'immobile, de rapporter à divers points du réticule, les différentes images qu'il voit en effet plus ou moins éloignées, en divers jours & à diverſes heures.

On peut concevoir les images qui ſe peignent aux différens foyers de l'objectif, comme autant de tableaux rangés les uns au devant des autres le long de l'axe optique de la lunette: elles ſe préſentent donc, à un œil ſitué obliquement, ſous le même point de vûe que feroient les décorations à couliſſe d'un côté du théatre : d'où il s'enſuit que parmi toutes ces images, l'œil doit rapporter celle qui ſera viſible pour lui, à différens points du réticule, ſelon qu'elle ſera plus voiſine ou plus éloignée. Il n'y a qu'une ſeule poſition, où l'œil puiſſe éviter cette erreur : c'eſt celle où il feroit placé dans l'alignement même des centres de toutes les images; c'eſt-à-dire, dans l'axe optique de la lunette. Alors tout cet axe ſe projeteroit ſur un ſeul point du réticule, ou du plan des fils du Micromètre; & à quelque diſtance de l'œil que l'image fût tranſportée par la variation du foyer, le centre de cette image répondroit toûjours, ſur le plan des fils, au point où ce plan eſt rencontré par l'axe.

Il eſt vrai que ſi l'image eſt étendue, il n'y aura que ſon point

point central qui ſera exempt de parallaxe ; & que les bords de l'image en ſouffriront une plus ou moins grande, ſelon que l'image occupera plus ou moins d'eſpace. Et par une conſéquence néceſſaire, ſi le réticule ſe trouve placé, comme il l'eſt ordinairement, entre les deux foyers extrêmes des rayons inégalement réfrangibles, il arrivera que dans la même lunette, l'œil myope, placé en *O*, projetant & meſurant ſur le réticule *AB*, l'image *DG* qu'il voit en deçà, la jugera plus grande qu'elle n'eſt en effet, & la ſera égale à ΔΓ; tandis que l'œil preſbyte, rapportant ſur le même plan *AB* l'image *dg* qu'il voit au delà, la jugera plus petite; & la meſurant entre les fils, la trouvera égale à δγ.

C'eſt vrai-ſemblablement pour cette raiſon, que lorſque nous examinions en 1739 la valeur des parties du Micromètre ſur une longueur de 80 pieds *(part. II, art. III, page 113)*, dont l'image occupoit environ $4\frac{1}{2}$ lig. au foyer de la lunette, & ſoûtendoit un angle de près de 9 minutes, M. *Bouguer* trouva cette image égale à 1196 parties du Micromètre; au lieu que je n'en trouvois que 1193. Cette différence, qui n'eſt que de $\frac{1}{399^e}$ partie, & qui ſe trouva alors d'une ſeconde, devient tout-à-fait inſenſible ſur de plus petites quantités; mais fût-elle beaucoup plus grande, elle ne tireroit nullement à conſéquence dans le cas préſent, où il eſt queſtion d'une étoile qui n'occupe qu'un point dans la lunette. Il eſt donc certain que ſi l'œil eſt placé dans l'axe optique, à quelque diſtance de l'œil que ſe peigne l'image de l'étoile, elle ſera toûjours vûe au même point du réticule; au lieu que ſi l'œil voit l'axe obliquement, c'eſt en vain qu'on rend fixe & immobile la pinnule où il eſt placé : il ſuffit que l'image change de lieu ſur l'axe en différens temps,

pour qu'il la voie changer de lieu ſur le réticule, & s'approcher ou s'éloigner de l'interſection des fils.

Quelque évidemment que cette concluſion ſe déduiſe de mes propres expériences ſur les variations de longueur du foyer de l'objectif, j'avoue qu'elle ne s'étoit pas préſentée bien nettement à mon eſprit, juſqu'au temps des dernières obſervations que je fis ſeul à *Tarqui* à la fin de 1742; j'y fus alors conduit comme par degrés. Je vais rendre compte des circonſtances qui concoururent à m'éclairer, & qui me firent enfin trouver un remède à la parallaxe des fils, plus efficace que ceux que nous avions employés juſqu'alors. C'eſt par ce détail que j'achèverai d'informer le Lecteur, des précautions nouvelles que je pris dans mes dernières obſervations à *Tarqui.*

Après avoir reconnu, comme je l'ai dit, que l'inſtrument avoit ſouffert quelque altération dans ſon tranſport de *Quito* à *Tarqui;* après l'avoir démonté, raffermi, reconſtruit, y avoir fait toutes les réparations & nouvelles additions dont j'ai parlé, avoir épuiſé toutes les précautions rapportées dans les articles XVII, XVIII, XIX & XX; enfin après avoir donné à la lunette du Secteur une longueur telle que je n'apercevois dans les fils aucune parallaxe à l'égard de l'étoile, quand le brouillard étoit tranſparent, ce qui faiſoit communément les plus beaux jours de *Tarqui :* j'eſſayai de rendre la parallaxe inſenſible dans tous les cas, en rétréciſſant l'ouverture de l'objectif de la lunette, par le moyen de pluſieurs diaphragmes de carton inégalement ouverts, que j'y appliquois alternativement, & que je ſubſtituois l'un à l'autre, ſuivant que le Ciel étoit plus ou moins pur. Je réuſſis par ce moyen à diminuer la grande ſcintillation de l'étoile, qui me parut mieux terminée. La paral-

laxe des fils étoit moindre auſſi ; mais elle ſubſiſtoit encore, & toûjours du même ſens : c'eſt-à-dire, qu'en hauſſant l'œil, je voyois toûjours l'étoile s'élever, & en l'abaiſſant, s'abaiſſer à l'égard du fil horizontal.

J'eus recours à notre expédient ordinaire : j'adaptai au devant de l'oculaire un bout de tuyau de carton percé d'un très-petit trou. Comme j'étois ſeul à obſerver, il me fut facile de rendre cette pinnule fixe, auſſi-bien que l'oculaire même; ce qui n'eſt pas poſſible quand deux Obſervateurs, dont la vûe eſt inégale, obſervent enſemble : puiſqu'il faut alors alternativement approcher l'oculaire du foyer de l'objectif pour l'un, & l'en éloigner pour l'autre. La pinnule une fois fixée, j'étois bien ſûr que mon œil étoit toûjours placé au même point; mais je ne tardai pas à m'apercevoir que mes obſervations n'en étoient pas pour cela plus uniformes, ou pluſtôt qu'elles ne l'étoient pas toûjours. J'obſervois quelquefois pendant deux ou trois jours la même diſtance au zénith, à très-peu près; je trouvois enſuite d'un jour à l'autre des différences de 6 à 7 ſecondes, ou plus ; quoique je n'euſſe touché à l'inſtrument dans l'intervalle, que pour faire répondre le fil-à-plomb très-exactement au même point : & c'étoit lorſque le Ciel étoit clair & que les étoiles étoient brillantes, que je remarquois les plus grandes différences.

Jamais je n'avois pû m'accoûtumer à regarder comme inévitables des variations auſſi conſidérables, & moins encore de plus grandes, que nous avions quelquefois éprouvées du jour au lendemain, dans le temps que nous obſervions enſemble à *Tarqui*, M. *Bouguer* & moi, en 1739. Je lui avois dès-lors témoigné ma ſurpriſe, de voir qu'un inſtrument de douze

pieds de rayon nous donnât quelquefois des obſervations moins conformes entr'elles que n'eût fait un Quart-de-cercle de trois pieds, placé dans un lieu commode. M. *Bouguer,* dans le temps dont je parle, paroiſſoit perſuadé qu'il n'étoit pas poſſible de parvenir à une plus grande exactitude; je lui avois expoſé ſur tout cela mes doutes & mes ſcrupules : il ne les avoit pas fait ceſſer entièrement, mais ils avoient été ſuſpendus par ſa préſence, par le concours de ſes lumières, & le poids de ſon témoignage.

Privé de ces ſecours, lorſque j'allai répéter ſeul à *Tarqui* nos anciennes obſervations en 1742, je ſentis renaître toutes mes inquiétudes; & je réſolus de ne pas terminer mon travail, que je ne ſûſſe à quoi m'en tenir ſur ces variations ſubites ſi étranges, & qui me paroiſſoient toûjours ſi incompatibles avec la grandeur de notre inſtrument.

Je me rendois à mon obſervatoire quelque temps avant l'heure de la médiation d'ε d'*Orion;* & je me préparois à cette obſervation par celle de pluſieurs autres étoiles, qui paſſoient dans la lunette quelques minutes auparavant. Une nuit que la lumière des étoiles étoit fort vive, je trouvai, en plaçant le curſeur du Micromètre ſur une de celles qui précédoient *Orion,* un nombre de parties aſſez différent de celui auquel je m'attendois en conſéquence de mes obſervations précédentes. Je ſoupçonnai que le tuyau de carton qui portoit la pinnule s'étoit dérangé : j'ôtai tout cet attirail; & au lieu d'aller, avec le fil mobile horizontal, à la rencontre de l'étoile ε qui alloit paſſer, ou de la ſuivre avec ce même fil, comme nous l'avions toûjours pratiqué; je plaçai d'avance l'index du Micromètre, ſur le nombre de parties que j'avois obſervées pluſieurs fois, les nuits où il n'y avoit point de parallaxe, & j'attendis enſuite que l'étoile

vint ſe placer ſur le fil ainſi diſpoſé. Mais comme il n'y avoit plus de pinnule, je m'aperçûs, auſſi-tôt que l'étoile fut entrée dans la lunette, que la parallaxe étoit ſi grande, qu'en hauſſant & baiſſant l'œil, je tranſportois à mon gré l'étoile au deſſus ou au deſſous du fil, à une diſtance de part & d'autre plus que double de ſon diamètre. Je me hâtai de replacer la pinnule, & de l'arrêter, au point d'où mon œil voyoit l'étoile ſuivre la route que je lui avois, pour ainſi dire, tracée, par la poſition que j'avois donnée d'avance au fil mobile. J'eus ſoin d'affermir la pinnule en cet état, & j'apportai une grande attention à ne la plus déranger. Depuis ce temps, quoique je repriſſe notre pratique ordinaire, de ne pas laiſſer le fil mobile au point où je l'avois conduit la veille, mais de l'amener à chaque fois ſur l'étoile, en comptant les parties qui meſuroient ſa diſtance au fil fixe; j'en retrouvai toûjours, à très-peu près, le même nombre; & je ne remarquai plus, dans les obſervations faites à peu de jours d'intervalle, que ces petites différences, qui ſe peuvent attribuer à la difficulté de bien juger ſi le fil horizontal partage l'étoile en deux parties égales, ſi le fil-à-plomb coupe bien également le point qui termine l'arc; où à quelqu'autre cauſe ſemblable.

Par tout ce qui a été expliqué précédemment, on doit voir que je m'étois garanti de l'erreur de la parallaxe, en ſuivant le procédé que je viens de décrire; dont l'effet étoit de me faire voir l'étoile toûjours au même point du réticule, ſoit qu'il n'y eût pas effectivement de parallaxe, comme lorſque l'image de l'étoile venoit ſe peindre ſur le plan des fils, ſoit qu'il y en eût, comme les nuits où l'image n'atteignant pas le plan des fils, reſtoit au delà, & ſembloit obéir aux mouvemens

de mon œil. Or je ne pouvois voir l'image répondre au même point du réticule, quoiqu'elle fût tantôt plus proche, & tantôt plus loin de moi, qu'autant que mon œil étoit dans la ligne qui joignoit les centres des diverſes images; c'eſt-à-dire, qu'autant qu'il étoit dans la direction de pluſieurs points de l'axe, ou dans le prolongement de l'axe même, & par conſéquent à l'abri des erreurs de la parallaxe que je cherchois à éviter.

M. *Bouguer*, à qui je mandai que je croyois avoir un moyen de ſauver la parallaxe, ne me répondit rien ſur cela; ſans doute il s'en étoit garanti, ou de la même manière que moi, ou par quelque moyen équivalent, & peut-être meilleur. D'ailleurs, comme dans les obſervations correſpondantes aux miennes, qu'il faiſoit alors à *Cotcheſqui*, il ſe ſervoit d'un Secteur & d'une lunette de 8 pieds, & que la parallaxe dont il eſt ici queſtion croît en même raiſon que la longueur du foyer de l'objectif; M. *Bouguer* n'avoit à craindre avec ſa lunette de 8 pieds, qu'une erreur qui n'étoit pas tout-à-fait les deux tiers * de celle à laquelle j'étois expoſé avec une lunette de 12 pieds; & c'eſt ce qui a pû contribuer à le déterminer à employer un Secteur d'un plus court rayon. Au reſte, ſi M. *Bouguer* a employé le même expédient que moi, je proteſte que je n'en ai, juſqu'à ce moment, aucune connoiſſance. J'ai raconté tout ſimplement, comment mes différentes tentatives m'ont conduit

* La parallaxe eſt ici l'effet d'une variation paſſagère dans le foyer de l'objectif. Cette variation croît proportionnellement à la longueur de ce foyer, laquelle eſt priſe communément pour la longueur même de la lunette; quoiqu'à parler rigoureuſement cette longueur ſoit égale à la ſomme des foyers des deux verres, & que le foyer de l'oculaire croiſſe, comme on l'a déjà remarqué, en moindre raiſon que celui de l'objectif. De-là il s'enſuit que, dans une lunette d'un tiers plus longue, la parallaxe croît d'un peu plus d'un tiers.

à un procédé qui m'a réuſſi. Il eſt aiſé de voir que j'aurois pû l'expoſer d'une manière plus propre à le faire valoir, & à en relever le mérite.

Le Lecteur me pardonnera, en faveur des motifs que j'ai allégués, d'avoir tant inſiſté, contre ma première intention, ſur les préparatifs de mes dernières obſervations. Je paſſe à ces obſervations mêmes.

ARTICLE XXI.

Dernières obſervations, faites à Tarqui, *au Sud de la Méridienne, correſpondantes à celles qui ont été faites en même temps, à l'extrémité Nord.*

TABLE des diſtances de l'Etoile ε *d'*Orion *au Zénith de* Tarqui, *que j'ai obſervées en 1742 & 1743, réduites au premier Janvier 1743.*

Première Suite d'Obſervations,

Faites ſur un arc de 3ᵈ 22′ 15″, *dont la corde étoit égale à la 17ᵐᵉ partie du rayon.*

Situation du Secteur.	Date des Obſervations.	Quantités obſervées avec le Micromètre.	Équations pour la Préceſſion des Equinoxes.	Équations pour la Aberration de la Lumière.	Équations pour la Nutation de l'Axe terreſtre.	Obſervations réduites au 1 Janv. 1743.	Quantités moyennes.	Résultats.
Le limbe vers l'orient.	1742. 29 Nov.	+ 47″,5	+ 0″,3	— 4″,8	+ 0″,1	+ 43″,1	+ 43″,8	+ 0ᵈ 0′ 6″,9
	30	+ 49, 5	+ 0, 2	— 4, 7	+ 0, 1	+ 44, 9		
	1 Déc.	+ 47, 5	+ 0, 2	— 4, 6	+ 0, 1	+ 43, 2		
vers l'occident.	2	— 30, 6	+ 0, 2	— 4, 4	+ 0, 1	— 34, 8	— 36, 9	
	3	— 35, 1	+ 0, 2	— 4, 3	+ 0, 1	— 39, 1		

Arc du Secteur . . . . 3 22 15.

Double diſtance au Zénith, obſervée. . . . . 3ᵈ 22′ 21″,9

Premier Réſultat. Diſtance apparente d'ε d'*Orion* au Zénith de *Tarqui*, du côté du Nord, réduite au 1ᵉʳ Janvier 1743. . . . . 1 41 11.

Seconde Suite d'Obſervations,

Faites, comme les précédentes, ſur un arc de 3^d 15′ 22″, dont la corde étoit égale à la 17me partie du rayon.

SITUATION du Secteur.	DATE des Obſervations.	QUANTITÉS obſervées avec le Micromètre.	ÉQUATIONS POUR LA Préceſſion des Équinoxes	ÉQUATIONS POUR LA Aberration de la Lumière.	ÉQUATIONS POUR LA Nutation de l'Axe terreſtre.	Obſervations réduites au 1 Janv. 1743.	QUANTITÉS moyennes.	RÉSULTATS.
Le limbe tourné à l'orient.	1742 8 Déc.	+ 38″,1	+ 0,″2	— 3″,6	+ 0,″1	+ 34,″8		
	9	+ 38, 6	+ 0, 2	— 3, 4	+ 0, 1	+ 35, 5		
	13	+ 37, 7	+ 0, 2	— 2, 8	+ 0, 1	+ 34, 2		
	1743 3 Janv.	+ 36, 8	— 0, 0	+ 0, 3	— 0, 0	+ 37, 1		
	11	+ 37, 2	— 0, 1	+ 1, 5	— 0, 1	+ 38, 5		
	15	+ 37, 2	— 0, 1	+ 2, 0	— 0, 1	+ 39, 0	+ 37″,5	
	27 Févr.	+ 33, 7	— 0, 5	+ 6, 2	— 0, 7	+ 38, 7		
	28	+ 33, 7	— 0, 5	+ 6, 3	— 0, 7	+ 38, 8		
De jour, & ſans éclairer les fils.	5 Mars.	+ 33, 7	— 0, 6	+ 6, 5	— 0, 8	+ 38, 8		
	10	+ 32, 3	— 0, 6	+ 6, 7	— 0, 8	+ 37, 6		
	14	+ 32, 9	— 0, 7	+ 6, 8	— 0, 9	+ 38, 1		
	17	+ 34, 2	— 0, 7	+ 6, 9	— 1, 0	+ 39, 4		+ 0^d 0′ 5″,5
à l'occid.	1742 17 Déc.	— 28, 9	+ 0, 1	— 2, 2	+ 0, 1	— 30, 9		
	18	— 29, 8	+ 0, 1	— 2, 1	+ 0, 1	— 31, 7		
	19	— 30, 2	+ 0, 1	— 1, 9	+ 0, 1	— 31, 9		
	20	— 30, 2	+ 0, 1	— 1, 8	+ 0, 1	— 31, 8		
	1743 2 Févr.	— 36, 4	— 0, 3	+ 4, 5	— 0, 4	— 32, 6	— 32, 0	
	9	— 36, 4	— 0, 4	+ 5, 0	— 0, 4	— 32, 2		
	10	— 36, 4	— 0, 4	+ 5, 1	— 0, 4	— 32, 1		
	11	— 36, 4	— 0, 4	+ 5, 2	— 0, 4	— 32, 0		
	17	— 36, 8	— 0, 5	+ 5, 7	— 0, 5	— 32, 1		
	21	— 38, 1	— 0. 5	+ 5, 9	— 0. 5	— 33, 2		

Arc du Secteur. 3 22 15,

Double diſtance au zénith, obſervée . . . . 3^d 22′ 20″,5

Second & dernier Réſultat. Diſtance apparente de ε d'*Orion* au Zénith de *Tarqui*, du côté du Nord, réduite au 1er Janvier 1743 . . . . 1 41 10, 2 $\frac{1}{4}$

Remarques

Remarques ſur les obſervations de la Table précédente.

J'étois à *Tarqui* dès le 20 Septembre 1742, & la première obſervation rapportée dans la Table précédente n'eſt que du 29 Novembre; ainſi il ſe paſſa plus de deux mois avant que je pûſſe avoir des obſervations ſuivies. J'ai déjà parlé ailleurs des raiſons qui m'en avoient empêché : l'inſtrument avoit ſouffert dans le tranſport de *Quito* à *Tarqui;* il me fallut faire venir des ouvriers de *Cuenca,* démonter le Secteur, en raffermir toutes les parties, y faire pluſieurs changemens & de nouvelles réparations, le reconſtruire, le remonter, meſurer le rayon, tracer un nouvel arc, dont la corde fût bien exactement partie aliquote du rayon, perfectionner à pluſieurs repriſes le parallélíſme de la lunette : tout cela me fit perdre un bon nombre d'obſervations, les précédentes devenant inutiles chaque fois que j'étois obligé de retoucher à l'objectif. La proximité du Soleil au zénith ne m'avoit pas permis d'abord de tracer une Méridienne exacte : les tremblemens de terre, les arrêts fréquens de ma pendule, me causèrent enſuite de nouveaux obſtacles, dont le plus grand étoit le Ciel de *Tarqui,* preſque toûjours contraire aux obſervations aſtronomiques. Nous ne l'avions que trop éprouvé en 1739, & M. *Bouguer* en particulier en 1741, comme on en peut juger par les intervalles de ſes obſervations *(Voy. la Table de l'art. XV, p. 178 & 179).* Enfin les différentes tentatives pour diminuer & pour anéantir l'effet de la parallaxe des fils du Micromètre, avant que j'euſſe trouvé le dernier expédient, dont j'ai donné le détail, me prirent ſeules un temps conſidérable, & je reconnus que je ne devois compter parfaitement que ſur les obſervations poſtérieures.

Introduction hiſtorique, Sept. 1742.

Voy. Procès verbal, art. VI, page 130.

Ce ne fut donc que le 29 Novembre que je commençai à obſerver de ſuite. Le 3 Décembre, je pûs tirer un premier réſultat de cinq obſervations, dont trois avoient été faites, le limbe du Secteur étant tourné vers l'orient, & deux, le limbe tourné vers l'occident. Je me hâtai de les communiquer à M. *Bouguer,* par un exprès que je lui dépêchai à *Cotcheſqui;* mais ayant retourné l'inſtrument une ſeconde fois, le 8, pour le remettre dans ſa première ſituation, le limbe vers l'orient, & m'aſſurer par-là s'il n'avoit point varié dans le temps de la première inverſion, je fus extrêmement ſurpris de trouver la diſtance apparente de l'étoile au zénith, moindre de 10 ſecondes, que je ne l'avois obſervée huit jours auparavant, dans la même poſition de l'inſtrument. Je n'avois fait aucun changement volontaire au Secteur, & ſa ſolidité étoit à toute épreuve: je ne pûs donc m'empêcher de croire que quelqu'un y avoit touché à mon inſû, & de fortes raiſons me confirmèrent dans ce ſoupçon. Mais ce qui ne me permit plus de douter du fait, c'eſt qu'ayant pris depuis ce moment des meſures, pour qu'à l'avenir perſonne n'entrât dans l'obſervatoire, qu'en ma préſence, je ne remarquai plus aucune pareille variation dans la diſtance de l'étoile au zénith, pendant plus de quatre mois que je continuai à obſerver, tournant & retournant alternativement le Secteur en ſens contraire.

Ces cinq premières obſervations ne pouvant ſe lier avec celles qui les ſuivirent, elles forment un réſultat à part; mais comme celui-ci n'avoit pas été confirmé, ainſi que tous les autres, par deux inverſions de l'inſtrument; que d'ailleurs l'obſervation du 3 Déc. eſt notée défectueuſe ſur mon journal; que je n'avois pas encore réuſſi à me garantir ſûrement des variations de la

parallaxe des fils; que ma Méridienne n'étoit pas encore bien vérifiée, & qu'enfin au ſecond détour de l'inſtrument, j'avois trouvé dans la hauteur de l'étoile une différence de 10 ſecondes, dont la cauſe ne m'étoit pas évidemment connue; je regardai dès-lors ce premier réſultat comme ſuſpect, & j'en juge encore de même. Au reſte, puiſque les cinq obſervations dont il eſt tiré s'accordent paſſablement entr'elles, & qu'en les réduiſant à la même époque que les ſuivantes, ce premier réſultat ne diffère pas de l'autre d'une ſeconde, comme on le voit par la Table, il devient indifférent d'y avoir égard ou non; & dans l'un & l'autre cas, on tirera toûjours les mêmes conſéquences.

Mon dernier réſultat eſt tiré de vingt-deux obſervations, faites depuis le 8 Déc. 1742, juſqu'au 17 Mars 1743. De ces vingt-deux obſervations, douze ont été faites, le limbe du Secteur étant tourné à l'orient, à différentes repriſes: elles ſont entre-mêlées de dix autres, faites tandis que le limbe étoit tourné vers l'occident. M. *Bouguer,* qui partit de *Quito* pour revenir en Europe à la fin de Févr. 1743, ne reçût à *Quito* que la communication de mes obſervations de Déc. 1742, & Janv. 1743. Je continuai d'obſerver à *Tarqui* en Février & Mars, avant que d'avoir appris ſon départ. Le dernier exprès que je lui dépêchai de *Tarqui,* & qui lui portoit la ſuite de mes obſervations, ne le trouva plus à *Quito;* mais j'ai ſû depuis que mes lettres l'avoient atteint ſur la route de *Carthagène,* ou dans cette ville, avant ſon embarquement pour l'Iſle de *Saint-Domingue.*

On peut remarquer, que depuis le 17 Déc. 1742, que je retournai le Secteur pour la première fois, juſqu'au 17 Mars ſuivant, l'inſtrument changea quatre fois de ſituation; que dans

cet intervalle de temps, qui comprend dix-neuf obſervations, la plus grande différence entre les diſtances au zénith, obſervées & réduites au premier Janvier 1743, excède à peine deux ſecondes; & que les quatre dernières obſervations, faites ſans être obligé d'éclairer les fils, s'accordent dans la ſeconde, avec les précédentes, faites à la lumière d'une bougie, laquelle, comme je l'ai déjà dit *(art. XIV, page 174)*, peut cauſer des réfractions irrégulières, ſi l'on n'uſe pas de grandes précautions.

Qu'il me ſoit permis de remarquer encore, qu'alors nous n'étions pas inſtruits de la manière de calculer l'effet de l'aberration de la lumière; ce qui nous met entièrement à l'abri du ſoupçon de nous être fait illuſion à nous-mêmes, en eſtimant ſur le limbe ou ſur le cadran du Micromètre, les quantités apparentes, de la manière la plus propre à favoriſer l'accord de nos obſervations. Avant qu'elles fuſſent réduites à une même époque, il y avoit entre quelques-unes des miennes, comme entre celles des 17 Déc. & 21 Févr. *(Voy. Tab. préc.)* des différences apparentes, de plus de 9 ſecondes; au lieu qu'elles ſe ſont preſque entièrement évanouies, depuis que mes obſervations, telles que je les avois communiquées dans le temps à M. *Bouguer*, ont été corrigées pour l'aberration de la lumière, & pour la nutation de l'axe terreſtre, par des théories qui nous étoient alors inconnues.

Si je faiſois un choix entre mes obſervations de *Tarqui*, je tirerois la diſtance de l'étoile au zénith, des dix-neuf dernières obſervations de la Table précédente; & cela par les raiſons que j'ai déjà inſinuées: je trouverois alors cette diſtance de $1^d\ 41'\ 10'',7$ vers le Nord; mais comme le ſecond réſultat de la Table, tiré des vingt-deux dernières obſervations, eſt $1^d\ 41'\ 10''\ 2\frac{1}{2}$, & par conſéquent ne diffère pas de cette conclusion, d'une

demi-seconde, il importe peu de faire ce choix ou de ne le pas faire. Soit donc qu'on corrige ou non le dernier résultat, on trouvera qu'il s'éloigne à peine d'une seconde de celui de M. *Bouguer* de l'année 1741, en réduisant tout à la même date *(art. XV, page 182)*. Ainsi il paroît qu'il n'y a rien à desirer sur la précision des observations faites à *Tarqui* par M. *Bouguer* en 1741, & par moi en 1742 & 1743.

Il ne me reste plus qu'à comparer ces dernières de 1742 & 1743 à leurs correspondantes & simultanées, faites à *Cotchesqui* par M. *Bouguer*, & rapportées article XVI; *page 183 & suiv.* pour tirer des unes & des autres l'amplitude de l'arc du Méridien, intercepté entre les parallèles des deux observatoires.

ARTICLE XXII.

Détermination de l'amplitude de l'arc du Méridien, compris entre les Parallèles de Cotchesqui *& de* Tarqui,

Par toutes les observations correspondantes, faites en ces deux lieux en 1742, 1743, & réduites au premier Janvier 1743.

LA distance apparente de l'étoile ε d'*Orion* au zénith de *Cotchesqui*, réduite au premier Janvier 1743, a été conclue par les observations de M. *Bouguer (art. XVI, page 186)*, de $1^d\ 25'\ 48'',3$. La distance apparente de la même étoile au zénith de *Tarqui*, réduite à la même époque, a été trouvée par mes observations *(article précédent)*, de $1^d\ 41'\ 10'',7$. L'étoile étoit entre les zéniths des deux observateurs: c'est-à-dire, au Nord de *Tarqui*, & au Sud de *Cotchesqui;* il faut donc ajoûter les deux distances, pour avoir l'amplitude de l'arc

du Méridien, compris entre les parallèles des deux obſervatoires, & on aura 3^d 6′ 59″. Mais les diſtances obſervées n'étoient qu'apparentes : elles ont dû être diminuées chacune d'environ une ſeconde, par la réfraction qui faiſoit paroître l'étoile plus près du zénith qu'elle n'étoit en effet; ainſi il y a encore 2 ſec. à ajoûter à la ſomme des deux diſtances apparentes, pour en conclurre l'amplitude vraie de l'arc; & elle ſera par conſéquent de 3^d 7′ 1″. Tel eſt le réſultat qu'on tirera en prenant un milieu entre toutes les obſervations faites de part & d'autre, pendant plus de trois mois.

ARTICLE XXIII.

Autre détermination de l'amplitude de l'arc du Méridien, compris entre les Parallèles de Cotcheſqui *& de* Tarqui,

Par les ſeules obſervations ſimultanées, *ſans aucune réduction.*

POUR réduire les obſervations faites à *Cotcheſqui* & à *Tarqui* pendant le cours de pluſieurs mois, à la même époque, il a fallu avoir égard aux équations de la préceſſion des Equinoxes, de l'aberration de la lumière, & de la nutation de l'axe de la terre. On ne peut guère aujourd'hui former de doutes raiſonnables ſur des théories reçûes de tous les Aſtronomes, & confirmées, d'un aveu unanime, par les plus modernes & les plus ſubtiles obſervations *(art. V, p. 127)*; cependant ſi on craignoit que la multiplicité des élémens qui entrent dans ces calculs, ou quelqu'autre variation, ſoit optique, ſoit réelle, dont les loix nous ſeroient inconnues, pût jeter quelqu'incerti-

tude ſur la concluſion précédente; les obſervations ſimultanées proprement dites, celles qui ont été faites préciſément les mêmes nuits, aux deux extrémités de l'arc du Méridien, nous fourniſſent un moyen direct de conclurre l'amplitude de cet arc, ſans aucune réduction, & indépendamment de toute hypothèſe. C'eſt-là ſur-tout ce que j'avois en vûe, lorſque je fis tant d'inſtances à M. *Bouguer (Introduction hiſtorique, année 1742)* pour l'engager à répéter au Nord de la Méridienne nos anciennes obſervations, dans le même temps que j'irois les répéter au Sud; ce qui a été heureuſement exécuté : mais il y a une attention à faire, pour employer avec ſuccès cette nouvelle méthode de conclurre l'amplitude de l'arc, ſans aucune réduction.

En prenant, comme on a fait dans l'article précédent, un milieu entre un grand nombre d'obſervations, on court peu de riſque de ſe tromper; & quand même il y en auroit dans ce grand nombre quelques-unes de ſenſiblement défectueuſes, le moyen réſultat ſeroit à peine altéré : puiſque l'excès, ou le défaut de celles-ci ſe partageant entr'elles & toutes les autres, changeroit peu le réſultat. Il en ſeroit de même ſi on en avoit un grand nombre de ſimultanées : on tireroit de chaque couple d'obſervations, faites les mêmes nuits dans les deux obſervatoires, autant de différentes amplitudes de l'arc cherché; & alors l'amplitude moyenne entre toutes, différeroit néceſſairement fort peu de la véritable; mais comme nous n'avons qu'un petit nombre d'obſervations, faites les mêmes nuits aux deux extrémités de l'arc, il eſt très-important de choiſir celles qui ont le plus grand caractère d'exactitude.

On peut voir, en comparant la Table des dernières obſervations de M. *Bouguer* à *Cotcheſqui (art. XVI, pp. 183 & 184)*,

à celle de mes obſervations correſpondantes à *Tarqui (art. XXI, pp. 215 & 216)*; que nous n'en avons eu de ſimultanées que les nuits des 29 & 30 Novembre, & des 2, 8, 9 & 17 Décembre dans les deux ſituations inverſes de nos Secteurs.

Je ne ferai aucun uſage des obſervations du 29 & du 30 Novembre, par les raiſons que j'ai expoſées dans l'article précédent, qui me les ont fait abandonner. Et une preuve évidente qu'il y a eu erreur, ces deux nuits-là, ou l'une des deux nuits, au moins dans l'une des deux obſervations ſimultanées; c'eſt ce que M. *Bouguer* & moi, nous trouvâmes tous deux la nuit du 30 Nov. la diſtance de l'étoile au zénith, chacun d'environ deux ſecondes plus grande que la veille; ce qui eſt impoſſible, puiſque l'étoile qui étoit entre nos deux zéniths ne pouvoit s'éloigner de l'un des deux, ſans s'approcher de l'autre.

J'ai pareillement lieu de me défier de l'exactitude des obſervations du 2 Déc. toute autre raiſon à part, en ce qu'elles diffèrent de 4″ de celles qui les ont précédées ou ſuivies immédiatement le 3 & le 5. Je n'en tirerai donc aucune conſéquence.

Il reſte, parmi les obſervations faites les mêmes nuits à *Tarqui* & à *Cotcheſqui*, celles du 8, du 9 & du 17 Décembre; qui n'ont pas les mêmes ſujets de reproche. Nous trouvâmes le 9, M. *Bouguer* & moi, chacun de notre côté, les mêmes diſtances au zénith que la veille: nos obſervations du 17, faites dans une ſituation contraire des deux inſtrumens, s'accordent auſſi avec celles qui les ont ſuivies immédiatement. Ce ſont celles que je choiſis: & voici comme j'en tire l'amplitude de l'arc compris entre les parallèles de nos deux obſervatoires, indépendamment de toute équation; & même, ſans employer la diſtance vraie de l'étoile au zénith de chaque lieu.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS SIMULTANÉES
Aux deux extrémités de la Méridienne.

Amplitude de l'Arc céleste, compris entre les deux Zéniths.

Les 8 & 9 Décembre 1743: M. *Bouguer* observa la distance de l'étoile ε d'*Orion* au Zénith de *Cotchesqui* du côté du Sud; égale à la valeur du demi-arc tracé sur son Secteur, de 1d 25′ 55″, plus par le Micromètre 59″. Donc de 1d 26′ 54″,0

Les mêmes nuits: j'observai la distance de la même étoile au zénith de *Tarqui,* du côté du Nord; égale à la valeur du demi-arc de mon Secteur, 1d 41′ 7″,5 plus 88 parties du Micromètre = + 38, 6 } 1 41 46, 1

(Les deux distances ensemble : } 3d 8′ 40″,1)

Somme des deux distances observées; égale à l'Amplitude apparente de l'arc du Méridien, compris entre les Parallèles des deux observatoires, ± l'erreur de la position des lunettes des deux Secteurs . . . . 3d 8′ 40″,1

Le 17 Décembre: les deux instrumens étant retournés, & dans une situation contraire à la précédente; M. *Bouguer* observa, à *Cotchesqui,* la distance de la même étoile au zénith, vers le Sud, égale au demi-arc de son Secteur, de 1d 25′ 55″, moins par le Micromètre 1′ 16″: en tout... 1 24 39, 0

A *Tarqui,* la même nuit: j'observai la distance de la même étoile au zénith vers le Nord, 1d 41′ 7″,5 moins 65 ½ parties du Micromètre = — 28, 7 } 1 40 38, 8

(Les deux distances ensemble : } 3 5 17, 8)

Somme des deux distances observées, égale à l'Amplitude apparente de l'arc du Méridien, compris entre les deux zéniths, ∓ * l'erreur des lunettes des deux Secteurs... 3d 5′ 17″,8

Double Amplitude de l'arc, l'erreur des deux Secteurs corrigée . . . . 6d 13′ 57″,9

Vraie Amplitude de l'arc, sauf la réfraction . . . . 3 6 58, 9 ½

Somme des deux réfractions qui ont diminué l'apparence de chacune des deux distances au zénith 2

Amplitude vraie de l'arc, réfraction corrigée . . . . 3d 7′ 0″,9 ½

* L'Instrument étant retourné, l'erreur de la position de la lunette doit être en sens contraire à la précédente, & par conséquent de signe différent.

Donc, négligeant la fraction, l'amplitude vraie de l'arc, terminé par les cercles parallèles, qui passent par les observatoires de *Tarqui* & de *Cotchesqui*, est de $3^d\ 7'\ 1''$, en la tirant uniquement des observations simultanées; la même chose précisément qu'on a déjà trouvée par le résultat moyen de toutes les observations correspondantes, fondues ensemble, & réduites à la même époque, en leur appliquant les équations.

Dans l'extrait de nos opérations, que M. *Bouguer* a donné dans les Mémoires de 1744, il a conclu la même amplitude; & probablement par une combinaison de nos observations, différente de la mienne. Il a trouvé cette amplitude moindre d'une seconde par ses observations de l'étoile α du *Verseau*, & plus grande de deux secondes par l'étoile θ d'*Antinoüs*. Comme il ne m'a point communiqué les observations qu'il a faites de ces deux étoiles à *Cotchesqui*, je n'ai pû les comparer à celles que je fis à *Tarqui* dans le même temps : & qui d'ailleurs sont en petit nombre, parce qu'elles passoient alors en plein jour; & que n'étant que de la 2ᵉ & 3ᵉ grandeur, je ne les apercevois que très-rarement. La petite quantité, dont l'arc conclu par ces deux étoiles, diffère en plus & en moins de l'arc conclu par ε d'*Orion*, ne sert qu'à confirmer la première détermination, d'autant plus que c'est sur-tout aux observations d'ε d'*Orion* que nous nous sommes attachés; & que les correspondantes & simultanées, faites en même temps aux deux extrémités de l'arc, sont, de l'aveu de M. *Bouguer*, celles auxquelles toutes les circonstances nous obligent de donner la préférence.

ARTICLE XXIV.

Détermination de la longueur du degré du Méridien aux environs de l'Equateur.

NOUS venons de trouver l'amplitude de l'arc compris entre les deux cercles parallèles qui paſſent par les obſervatoires de *Cotcheſqui* & de *Tarqui,* de 3^d 7′ 1″, & la diſtance de ces deux mêmes parallèles a été trouvée *(Part. I, art. XXVII, p. 104)* de 176950 toiſes. Il n'y a plus qu'à comparer ce nombre de toiſes à celui des degrés, minutes & ſecondes de l'arc correſpondant, pour en conclurre la valeur du degré.

J'avois remarqué, dès le temps de mes premiers calculs à *Quito,* que par les différens choix, & les diverſes combinaiſons des obſervations, on trouvoit l'amplitude de l'arc plus grande ou plus petite d'environ une ſeconde que 3^d 7′ 0″; ce qui m'engagea à calculer la valeur du degré ſur ce nombre rond de minutes, qui tenoit le milieu entre les différentes déterminations*. En diviſant 176950 toiſes, longueur de l'arc, par ſon amplitude, ſuppoſée de 3^d 7′ 0″, ou de 187 minutes, on trouvera à proportion, la longueur du degré de 56775^t,42. Si on ajoûte une ſeconde de plus au diviſeur; c'eſt-à-dire, ſi on diviſe la même longueur de la meſure géométrique par 3^d 7′ 1″, amplitude de l'arc telle qu'elle a été conclue, tant de nos dernières obſervations correſpondantes, priſes toutes enſemble, que des ſeules

* C'eſt ſur ce pied-là que j'ai fait le calcul dans l'extrait de mes obſervations, daté du Port de *Jaën* le 3 Juillet 1743, envoyé en Europe pour être remis à l'Académie, ſi je mourois en chemin, & dont une copie eſt reſtée en dépôt à *Quito. Voy. Introd. hiſtor. Juillet 1743.*

obſervations ſimultanées, on trouvera la longueur du degré de 56770^{t}20; au lieu de 56775^{t}42, qu'on avoit trouvées par le précédent calcul : ce qui fait voir qu'une ſeconde de plus dans l'amplitude de l'arc, ne diminue la longueur du degré que d'un peu plus de 5 toiſes; & qu'ainſi quelques ſecondes de plus ou de moins ne la changeroient qu'à proportion.

Telle eſt la longueur du degré tiré de nos obſervations aſtronomiques, communes à M. *Bouguer* & à moi, & de ma meſure particulière des Triangles; mais cette longueur eſt celle du degré au niveau de *Carabourou*, le plus bas de nos Signaux, & le terme ſeptentrional de notre première Baſe; & ce Signal étoit élevé de 1226 toiſes *(Part. I, art. XIV, page 52)* au deſſus de la ſurface de la mer.

Il reſte à réduire notre meſure à ce niveau, pour la pouvoir comparer à celle des degrés meſurés en France & en Lapponie.

Il eſt évident que le degré au niveau de *Carabourou*, eſt plus grand que le degré au niveau de la mer, dans la même raiſon que le rayon de la Terre, pris depuis ſon centre juſqu'à la hauteur de *Carabourou*, eſt plus grand que le rayon de la Terre, terminé par la ſurface de la Mer. Suppoſons, comme je l'ai déjà fait en pareil cas *(Voy. la Note, Part. I, art. I, p. 8)*, que le rayon de la Terre, près de l'Equateur, ſoit de 3268319 toiſes, au niveau de la mer; (les hypothèſes les plus différentes ſur la figure de la Terre n'apporteront point de différence ſenſible dans la conſéquence que nous allons tirer de notre ſuppoſition, pour la réduction du degré). Ajoûtons 1226 toiſes au rayon ſuppoſé, nous aurons le rayon au niveau de *Carabourou*, de 3269545 toiſes, dont 1226 toiſes eſt à peu près la $2666\frac{1}{2}$ partie. Il y a donc $\frac{1}{2666\frac{1}{2}}$ à retrancher de la longueur

du degré mesuré, & rapporté au niveau de *Carabourou;* c'est-à-dire, à peu près 21¼ toises à ôter de 56770t20. Ainsi il restera 56749 toises, ou, en nombre rond, 56750 toises, pour la longueur au niveau de la mer, d'un des premiers degrés du Méridien : je dis d'un des premiers degrés, parce que dans les hypothèses les plus diverses de la courbure de la Terre, les trois premiers degrés diffèrent à peine d'une toise.

ARTICLE XXV.

De l'erreur possible dans la détermination précédente de la valeur du degré du Méridien.

SI quelque erreur a pû se glisser dans la détermination précédente de la valeur du degré, elle provient nécessairement, ou du défaut de la mesure astronomique de l'amplitude de l'arc du Méridien, ou du défaut de la mesure géodésique de la longueur du même arc.

Si on se rappelle tout ce qui a été dit *(Part. II, art. V, page 126, & art. XVII, XVIII, XIX, XX, XXI)* sur les observations par lesquelles l'amplitude a été conclue; leur nombre, leur choix, les précautions qui ont été prises, l'accord de deux différens Observateurs, en différens temps, avec divers instrumens, & en variant les procédés; je crois qu'on m'accordera sans peine, qu'on peut raisonnablement supposer, qu'il n'y a pas plus de trois secondes d'erreur à craindre sur l'amplitude observée de l'arc de 3 degrés 7 minutes. Cette erreur n'est que possible; supposons-la réelle, & doublons-la encore, elle sera de six secondes sur un arc de $3^{d}\ 7'$; c'est-à-dire,

de deux ſecondes, ou de 31 à 32 toiſes par degré.

Examinons maintenant quelle erreur peut comporter ma meſure géodéſique. On a vû *(Part. I, art. XXV & XXVI, page 93 & ſuiv.)* que ſi on en juge par la différence d'une toiſe, trouvée entre la longueur de la ſeconde Baſe conclue par le calcul, & ſa longueur actuellement meſurée; toute l'erreur qu'on auroit à craindre, & même avec très-peu de vrai-ſemblance, ne ſeroit que de 18 toiſes ſur 176950; ce qui ne revient pas à 6 toiſes par degré. Je n'inſiſte pas ſur ce que j'ai fait voir d'ailleurs *(Part. I, art. XXIII, page 86)*, que j'aurois pû réduire cette différence à la moitié.

Servons-nous d'un nouveau moyen pour évaluer cette même erreur, en comparant ma meſure trigonométrique à celle des deux autres Académiciens.

Nous ſommes d'accord, M. *Bouguer* & moi, dans la ſeconde *(art. XXIII, page 226)* ſur l'amplitude de l'arc du Méridien, tirée de nos obſervations communes par diverſes combinaiſons. Nous ne pouvons donc différer que ſur la longueur du même arc, conclue par nos diverſes meſures d'angles. M. *Bouguer* fait la longueur du degré au niveau de la mer de 56746 toiſes; je l'ai trouvée, par ma meſure particulière, de 56749 toiſes *(art. précéd.)*: c'eſt-à-dire, plus grande que lui de trois toiſes. M. *Bouguer* ajoûte 7 toiſes par degré pour l'équation de la variation de la Toiſe, à laquelle j'ai cru ne devoir pas avoir égard, par les raiſons que j'ai expoſées *(Part. I. art. XXII, page 80 & ſuiv.)*. Par cette dernière détermination, ſon degré, au lieu d'être de 3 toiſes plus petit que le mien, eſt donc de 4 toiſes plus grand; & comme je me ſuis arrêté au nombre rond de 56750 toiſes, il s'enſuit, que toute correction faite, la

Mémoires de l'Académie de 1744, page 294.

Mémoires de l'Acad. 1744, page 297.

meſure trigonométrique de M. *Bouguer* ne diffère de la mienne que de 3 toiſes ſur le degré, & en excès.

Quant à la meſure géodéſique de M. *Godin*, non ſeulement elle n'a pas été exécutée avec les mêmes inſtrumens que les deux autres, mais d'ailleurs ſa Suite des Triangles eſt différente de celle que M. *Bouguer* & moi, nous avons, chacun, meſurée à part : outre que celle de M. *Godin* contient quelques Triangles de plus vers le Nord, & quelques autres de moins vers le Sud *(Voyez Partie I, article III, page 12)*. Cependant comme nos trois meſures ont un grand nombre de points communs, on peut comparer une grande portion de celle de M. *Godin*, à celle de M. *Bouguer* & à la mienne. Pour éviter la longueur du calcul & les réductions, je me contenterai de comparer la diſtance des parallèles des Signaux du *Coraçon* & de *Boueran*, ſitués l'un à $0^d\ 32'$, & l'autre à $2^d\ 35'$ de latitude auſtrale : je la trouve toute calculée dans le livre d'obſervations déja cité, imprimé à *Madrid* en 1748, *page 213*. Si l'on ajoûte les diſtances des parallèles des Signaux intermédiaires, ſuivant le calcul qu'en a fait M. le Commandeur *Don Georges Juan*, qui a toûjours opéré ſur le terrein conjointement avec M. *Godin ;* on aura la diſtance totale entre le Parallèle du *Coraçon* & celui de *Boueran*, réduite au niveau de la mer, de $117531^t,08$. Or cette même diſtance, au niveau de *Carabourou*, eſt, par le calcul de mes Triangles *(Part. I, art. XIX, page 68)*, de $135193^t,13 - 17612^t,12 = 117581^t,01$, dont retranchant $43^t\frac{1}{2}$, pour la réduire au niveau de la mer, il reſtera $117537^t,51$; c'eſt-à-dire, environ 6 toiſes de plus que par les Triangles de M. *Godin*, ſur une étendue qui comprend plus de deux degrés.

Voy. la Carte des Triangles, Planche II.

Ma meſure trigonométrique n'excède donc celle de M. *Godin* que de 3 toiſes ſur la longueur d'un degré. Nous venons de voir que la mienne eſt plus courte que celle de M. *Bouguer* de la même quantité; elle tient donc préciſément le milieu entre les meſures des deux autres Académiciens.

Cette différence entre trois meſures exécutées ſéparément & avec divers inſtrumens, n'eſt pas la dix-neuf millième partie de la quantité meſurée. Faut-il d'autre preuve de la grande exactitude des trois opérations?

Puiſque ma meſure géodéſique eſt moyenne entre les deux autres, je ſerois en droit de la regarder comme exacte; mais ſuppoſons que la différence de trois toiſes, en plus ou en moins, provienne d'une erreur qui ſoit toute entière de mon côté; cette erreur pourroit diminuer celle de 32 toiſes par degré, que nous avons ſuppoſée dans la meſure aſtronomique: car il eſt auſſi probable que cette ſeconde erreur ſe trouve en ſens contraire, que du même ſens que la première; mais ne prenons point encore ici de milieu, & ſuppoſons au contraire que les deux erreurs s'ajoûtent, au lieu de ſe compenſer en partie.

Que réſultera-t-il de toutes ces ſuppoſitions forcées, d'erreurs plus grandes que celles qu'on peut craindre avec quelque fondement? C'eſt qu'il ne ſeroit pas phyſiquement impoſſible que l'erreur, dans ma détermination de la valeur du degré du Méridien, montât d'une part à 32 toiſes, & de l'autre à 3 toiſes, ou en tout à 35 toiſes; mais qu'il eſt, ſans comparaiſon, plus vrai-ſemblable qu'elle eſt beaucoup moindre; & très-poſſible qu'elle ſoit ſi petite, qu'elle ne mérite aucune conſidération.

Je

Je pourrois encore déterminer la valeur du degré par mes ſeules obſervations particulières: en comparant la longueur d'un arc du Méridien, de 162128 toiſes *(a)*, tirée de la meſure de mes Triangles ; à l'amplitude du même arc, concluë de 2ᵈ 51′ 25″ *(b)*, par les deux diſtances de la même étoile au zénith, que j'ai obſervées à *Quito* en Juillet 1742, & à *Tarqui* en Janv. 1743: & de deux ſecondes plus grande en corrigeant la réfraction. En ce cas je trouverois la longueur du degré, réduite au niveau de la mer, de 56717 toiſes, au lieu de 56749, ou 56750; c'eſt-à-dire, moindre de 32 ou 33 toiſes que celle qui réſulte de ma précédente détermination; mais comme je ne mets pas la dernière, en parallèle avec celle que j'ai déduite de nos obſervations ſimultanées aux deux extrémités de la Méridienne, je ne fais mention de celle qui m'appartient en propre, que pour faire voir qu'elle s'accorde avec celle à laquelle je me ſuis arrêté, avec une différence moindre

(a) Diſtance du Signal de *Chinan* à la Perpendiculaire à la Tour de la *Mercy* de *Quito (Part. I, art. XIX, pages 68 & 69)*, 162995 toiſes, dont il faut ôter, pour la réduire à la diſtance des deux obſervatoires de *Quito* & de *Tarqui*, premièrement 2 toiſes *(Part. II, art. XIV, p. 175)*, parce que le point *L* du plan de *Quito*, où a été faite l'obſervation aſtronomique, eſt deux toiſes plus auſtral que la Tour; puis 857 toiſes dont *Chinan* eſt plus auſtral que l'obſervatoire de *Tarqui (Part. I, art. XXVII, page 103)*, & enfin dont il faut encore retrancher 8 toiſes pour la convergence des Méridiens (*Ibid. page 104.)*. *Voyez le plan de Quito.*

(b) Diſtance apparente d'ε d'*Orion* au zénith du point *L*, où j'ai obſervé ſeul à *Quito*, deux toiſes plus au Sud que le centre *X* de la Tour de la *Mercy:* 1ᵈ 10′ 15″ vers le Sud en la réduiſant au 1ᵉʳ Janv. 1743 *(Part. II, art. XIV, pages 171 & 176)*. Diſtance apparente de la même étoile au zénith de l'obſervatoire de *Tarqui*, 1ᵈ 41′ 10″ vers le Nord pour le même temps *(Part. II, art. XXI, page 216)*. Donc Somme des deux diſtances au zénith, ou amplitude apparente de l'arc, 2ᵈ 51′ 25″. *Voyez le plan de Quito.*

que celle que j'ai aſſignée aux limites des erreurs poſſibles.

J'omets, par la même raiſon, pluſieurs obſervations du Soleil & des mêmes étoiles, faites aux deux extrémités de la Méridienne avec un Quart-de-cercle de trois pieds de rayon, deſquelles je pourrois tirer une valeur du degré très-peu différente de celle que je regarde comme la véritable.

Enfin je puis encore comparer la valeur de mon degré à celle que lui attribuent M^rs les deux Officiers Eſpagnols, nos Compagnons de voyage. Leur détermination eſt tirée de deux différentes meſures trigonométriques *(Voy. Part. I, art. III, p. 13)*, dont ils comparent le réſultat moyen à l'amplitude d'un arc de 3 ½ degré, conclue de l'obſervation aſtronomique qui leur eſt commune avec M. *Godin*, à l'extrémité auſtrale de leur arc, & de celle qu'ils ont faite ſeuls à l'extrémité boréale de la Méridienne. Ils fixent la valeur du degré du Méridien au niveau de la mer à 56768 toiſes *(Obſerv. aſtronom. y phyſic. Madrid, 1748, page 295)*; ce qui ne diffère encore que de 21 toiſes en plus, de celle à laquelle je m'en ſuis tenu : en ſorte qu'elle tient à peu près le milieu entre la meſure de ces Meſſieurs & la précédente, tirée de mes ſeules obſervations.

Je crois avoir prouvé que la valeur de 56750 toiſes, que j'aſſigne au degré du Méridien proche de l'Equateur, eſt très-approchante de la véritable. Cependant je me contenterai que l'on m'accorde; & je ne penſe pas que ce ſoit me faire grace, qu'elle n'en diffère pas de plus de 35 à 40 toiſes. Dès-lors la queſtion de la non ſphéricité de la Terre, principal motif de notre voyage, eſt décidée ſans aucun doute, & elle le ſeroit encore, comme on va le prouver, quand on donneroit à l'erreur poſſible, des limites beaucoup plus étendues.

ARTICLE XXVI.

De l'inégalité des degrés du Méridien, & de ce qui en résulte, quant à la figure de la Terre.

J'AI fait voir que l'erreur, dans la détermination précédente de la valeur du degré, ne pouvoit monter à 40 toiſes, en faiſant les ſuppoſitions les plus violentes & les moins vraiſemblables; mais cette erreur fût-elle beaucoup plus conſidérable, il ſeroit encore évident que la Terre n'eſt pas ſphérique, & que l'axe qui la traverſe d'un Pole à l'autre eſt plus court que le diamètre de ſon Équateur; ce qu'on exprime ordinairement, en diſant que la Terre eſt un ſphéroïde aplati vers les Poles, parce que cette propoſition eſt une conſéquence néceſſaire de la précédente.

Qu'on prenne la longueur du premier degré du Méridien, telle que je viens de l'établir; qu'on y ajoûte, ou qu'on en retranche ſi l'on veut, 40 toiſes, & qu'on la compare enſuite à quelle que ce ſoit des meſures des degrés du Méridien, exécutées en France. Sans entrer, quant à préſent, dans aucune diſcuſſion ſur celle qui mérite la préférence, on trouvera toûjours que notre premier degré de latitude eſt plus petit qu'il n'eſt en France, ſous le parallèle de Paris, d'environ 300 toiſes.

D'un autre côté, ſi on compare à celui-ci, le 66e degré, meſuré par les Académiciens qui ont fait le voyage du Nord, on verra que ce dernier eſt plus long de 300 à 400 toiſes que celui de France. Les deux degrés extrêmes, l'un voiſin de l'Équateur, l'autre qui coupe le cercle polaire, diffèrent donc de

700 toiſes. Il ſuffit que les Obſervateurs aient eu des yeux, pour que des différences auſſi conſidérables ne puiſſent être attribuées à des erreurs d'obſervation.

Il n'eſt donc plus permis de douter que le degré du Méridien ne ſoit plus petit près l'Equateur que vers le Pole, & de-là il s'enſuit néceſſairement, que la Terre eſt aplatie vers les Poles, & rehauſſée ſous l'Equateur. Je n'inſiſterai pas ſur les preuves d'une conſéquence avouée de tous les Mathématiciens, & que M. de *Maupertuis*, dans ſon Diſcours ſur la meſure du degré au Cercle polaire *(page 8)*, & dans pluſieurs autres ouvrages, à miſe à la portée de tout le monde, en l'expoſant de la manière la plus claire & la plus ſenſible; je me contenterai de faire le raiſonnement ſuivant en faveur de ceux à qui il n'eſt beſoin que de rappeler leurs idées ſur cette matière. L'éloignement des étoiles fixes à la Terre eſt ſi prodigieux, que quelque diſtance que parcourût un Voyageur ſur la Terre, il verroit toûjours les mêmes étoiles répondre à ſon zénith, ſi la ſurface de la Terre étoit abſolument plane: ce n'eſt donc que ſa courbure qui fait changer la ligne verticale de l'Obſervateur, & varier la plus grande hauteur apparente d'une même étoile. Parcourir un degré du Méridien, c'eſt faire aſſez de chemin vers le Nord ou vers le Sud, pour que l'étoile, qui répondoit à notre zénith, paroiſſe s'abaiſſer d'un degré. Ainſi plus la ſurface de la Terre ſera plate, plus il y aura de chemin à faire ſur le Méridien, pour apercevoir ce changement dans le zénith. Or les degrés du Méridien ont été trouvés, par toutes les meſures, plus longs vers le Pole que vers l'Equateur : il faut donc faire plus de chemin en approchant du Pole, que près de l'Equateur, pour parcourir

un degré. La Terre eſt donc moins courbe, & approche donc plus d'un plan vers le Pole: donc la Terre eſt un ſphéroïde aplati.

On tire la même conſéquence de la comparaiſon de toutes les meſures du degré du Méridien, tant de fois répétées en France, en Lapponie & au Pérou; ce qui décide, ſans appel, la queſtion qui partageoit les Savans depuis près d'un ſiècle. Mais quelle eſt la meſure de cet aplatiſſement, & dans quel rapport croiſſent les degrés de latitude en approchant des Poles? C'eſt ce que nous ignorons encore, & ce qu'il n'eſt peut-être pas poſſible de ſavoir; au moins ſans avoir un beaucoup plus grand nombre de degrés meſurés.

Toutes les théories de la figure de la Terre s'accordant à faire le Méridien elliptique, on a été fondé à croire que pour en déterminer la courbure, la meſure de deux degrés ſuffiſoit; & qu'il falloit ſeulement, pour rendre la détermination plus exacte, que les deux arcs meſurés fuſſent à la plus grande diſtance poſſible entre l'Equateur & le Pole. Voilà quel a été le motif des deux grands voyages, entrepris pour la meſure de la Terre. On étoit d'accord ſur la longueur moyenne du degré en France; je dis ſur la longueur moyenne, car la différence des degrés voiſins eſt trop petite pour être reconnue immédiatement & ſûrement par les obſervations. Il ſembloit donc qu'il n'y eût plus qu'à comparer le degré moyen du Méridien en France, aux degrés qui devoient en différer le plus, ſoit par défaut, ſoit par excès. On a été chercher ces degrés ſous l'Equateur d'une part; & de l'autre, le plus près du Pole qu'il a été poſſible: & quand même la différence de l'un, ou de l'un & l'autre de ces deux degrés à celui de France auroit pû échapper aux obſervations, on jugeoit, avec raiſon,

qu'au moins la différence entre les deux degrés extrêmes, ne pourroit manquer de se manifester, pour peu qu'elle fût notable. Elle s'est manifestée en effet, & d'une manière très-sensible; non seulement entre les degrés extrèmes, mais encore de plus de 300 toises, entre chaque degré, & le degré moyen: comme il a déjà été remarqué. Chaque comparaison qu'on peut faire, entre deux arcs mesurés à une grande distance, fournit une nouvelle preuve de l'inégalité des degrés croissants de l'Equateur au Pole; & par conséquent de l'excès du diamètre de l'Equateur sur l'axe du sphéroïde. Cependant il s'en faut beaucoup que toutes ces comparaisons donnent par le calcul un même rapport d'inégalité entre l'axe de rotation & le diamètre de l'Equateur. Si nous n'avions aujourd'hui qu'une des deux mesures du degré du Méridien, ou au Pérou, ou en Lapponie, à comparer à celle du degré moyen de France, on ne se seroit peut-être pas avisé de douter que l'ellipse, qui résultoit de cette comparaison, pût ne pas donner la vraie courbure du Méridien; mais les trois mesures des degrés de latitude en Lapponie, en France & au Pérou, nous ont appris qu'on trouvoit autant de différentes ellipses qu'on peut faire de différentes combinaisons des degrés mesurés; c'est ce que nous allons bientôt prouver, en appliquant aux mesures, exécutées sous le Cercle polaire, en France & sous l'Equateur, les formules données par M. de *Maupertuis (Mém. de l'Acad. 1737, page 463, & Mes. du deg. du Mérid. au Cercle polaire, Liv. I, chap. IX, page 127.*

ARTICLE XXVII.

Des différentes mesures du degré du Méridien en France. Erreur dans la mesure astronomique de M. Picard.

AVANT que de comparer entr'eux les degrés du Méridien, mesurés à diverses latitudes, il est important de remarquer, qu'il y a eu plusieurs différens arcs du Méridien mesurés sous le Parallèle de Paris, en divers temps, & par différens Observateurs. De-là ont résulté plusieurs diverses mesures du même degré, qu'il est à propos de distinguer ici, pour prévenir toute équivoque. Cette discussion tient de trop près au sujet que je traite, pour pouvoir être regardée comme une digression.

1° M. *Picard*, dans sa mesure de la Terre *(art. X, page 81)*, détermine la longueur du degré du Méridien entre *Paris* & *Amiens;* c'est-à-dire, à très-peu près, celle du 49e degré de latitude, de . . . . 57060 toises.

2° Si on applique aux observations astronomiques, dont M. *Picard* a conclu la longueur du degré, les équations dont elles ont besoin, & qu'il a négligées, ou qui étoient inconnues de son temps, l'amplitude de son arc sera augmentée de 11′ $\frac{1}{2}$″, & la longueur de son degré ne sera plus que de. . . . . 56925 toises. *Voy. Mes. du deg. au Cerc. pol. Liv. I, chap. VIII, p. 126.*

3° Ce même degré, conclu par la nouvelle mesure astronomique de Mrs de *Maupertuis, Clairaut, Camus* & le *Monnier (Degr. du Mérid. entre Paris & Amiens, chap. VIII, page LIV)*, & par la mesure topographique de M. *Picard*, est de

57183 toiſes, en négligeant la réfraction qui diminuoit l'arc apparent d'environ une ſeconde.

4.° Et ayant égard à la réfraction, il ſera de 57164 toiſes.

5.° Enfin ſi on tire la valeur du même degré, de l'amplitude de l'arc meſuré en France en 1739 par les Académiciens du voyage du Nord, & de la nouvelle meſure géodéſique de la longueur de cet arc par M^rs *Caſſini* de *Thuri*, & de la *Caille* (*Mérid. de Paris vérif. pp. 50 & 112*), on le trouvera de $57074\frac{1}{2}$ toiſes.

Voilà, comme on voit, quatre ou cinq déterminations du même degré, autoriſées par des ſuffrages d'un grand poids, & tour à tour regardées comme les véritables.

La première de ces meſures, celle de M. *Picard*, de 57060 toiſes, a long-temps été univerſellement reconnue pour la vraie longueur du degré d'un grand cercle de notre globe; elle a ſervi à tous les calculs des Géographes, des Aſtronomes & des plus habiles Pilotes; non ſeulement tant que la Terre a été réputée ſphérique, mais encore depuis que les théories de Mrs *Huygens* & *Newton* eurent jeté les premiers doutes ſur ſa ſphéricité. Ce dernier même, établiſſant par ſes principes l'inégalité des degrés terreſtres, prit la meſure de M. *Picard* pour celle du degré moyen du Méridien; & avec d'autant plus de fondement, que cette meſure avoit été confirmée par M. *Caſſini*, qui avoit trouvé en 1718 le degré moyen entre les huit degrés de latitude, meſurés en France, de 57061 toiſes, de la même longueur, à une toiſe près, que M. *Picard* (*Voy. Suite des Mém. de l'Acad. de 1718: De la grand. & de la fig. de la Terre, page 247*).

Il faut encore convenir qu'il n'y a pas même aujourd'hui une

une grande erreur à craindre en prenant ce degré pour le degré moyen du Méridien, puifqu'il ne diffère que très-peu de la valeur qui a été affignée par les dernières mefures au degré moyen de latitude en France, lequel, dans toutes les hypothèfes, tient à peu près le milieu entre les degrés extrêmes du Méridien.

Mais en voyant le degré de M. *Picard* s'accorder, à 14 ou 15 toifes près, avec celui que Mrs *Caffini* de *Thury* & de la *Caille* ont fixé à $57074\frac{1}{2}$ toifes en 1740, par leur nouvelle mefure géographique, combinée avec l'amplitude de l'arc, déterminée l'année précédente par M^rs^ de *Maupertuis, Clairaut, Camus,* le *Monnier* & de *Kermadec,* on ne fe douteroit pas, fans doute, que cette conformité apparente n'eft dûe qu'à une compenfation fortuite de plufieurs erreurs très-confidérables, tant dans les obfervations céleftes, que dans les terreftres de M. *Picard;* & on ne préfumeroit pas vrai-femblablement, que l'amplitude de l'arc, intercepté entre les Cathédrales de *Paris* & d'*Amiens,* qui réfulte des mefures de cet Aftronome, excedât de près de 20 fecondes celle qui a été trouvée par les Académiciens du voyage du Nord; & que la diftance de *Paris* à *Amiens,* calculée fur les Triangles de M. *Picard,* furpaffât de près de 100 toifes celle qui fe conclud des nouvelles mefures trigonométriques de Mrs *Caffini* de *Thury* & de la *Caille.*

C'eft ce qui n'a pas, ce me femble, encore été fuffifamment éclairci, & ce qu'il eft aifé de démontrer, en rapprochant fous un même point de vûe ce qui fe trouve répandu en divers ouvrages, publiés depuis quelques années.

ARTICLE XXVIII.

Comparaison de la mesure de l'amplitude de l'arc du Méridien entre Paris *&* Amiens, *par M.* Picard, *à celle du même arc nouvellement mesuré en 1740.*

MESSIEURS de *Maupertuis, Clairaut, Camus* & le *Monnier,* depuis leur retour de Lapponie, entreprirent, comme on sait, de mesurer le degré du Méridien de *Paris* à *Amiens* avec le même Secteur qui leur avoit servi à l'observation du degré qui coupe le Cercle polaire. Ils trouvèrent en 1739 l'amplitude de l'arc du Méridien, intercepté entre le Parallèle de l'extrémité septentrionale de la rue de Louis-le-Grand à *Paris,* & celui du Jardin du Roy à *Amiens,* de $1^d\ 1'\ 12''$ (*Voy. Deg. entre Paris & Amiens, page* liv). Et comme pour réduire cet arc à celui qui est compris entre les parallèles des deux Cathédrales, il faut ajoûter 1105 toises d'une part, & $98\frac{1}{2}$ toises de l'autre (*Ibid.*): en tout $1203\frac{1}{2}$ toises $= 1'\ 16''$; ces M^rs^ conclurrent l'arc du Méridien, entre les deux Eglises, de $1^d\ 1'\ 12'' + 1'\ 16''$; c'est-à-dire, de $1^d\ 2'\ 28''$ (*page* v)*. Dans ce calcul, on a négligé la réfraction, qui ne monte qu'à $1''$; mais comme on y a eu égard dans les calculs précédens, j'en tiendrai compte dans celui-ci, pour procéder uniformément. On aura donc l'amplitude de l'arc du Méridien, observée par les quatre Académiciens; savoir, à *Paris,* au nord de la rue de Louis-le-Grand, & à *Amiens* au Jardin du Roy, de $1^d\ 1'\ 13''$,

* Entre la flèche de l'Eglise de Notre-Dame d'*Amiens* & la Guérite de la Tour australe de Notre-Dame de *Paris.*

en ayant égard à la réfraction; & par conſéquent l'amplitude de l'arc entre les deux Cathédrales de $1^{d}\ 2'\ 29''$.

Voyons maintenant ce qui réſulte des obſervations de M. *Picard.* La diſtance des Parallèles, ou la différence de latitude de *Malvoiſine* & d'*Amiens,* entre les deux points où M. *Picard* a obſervé, eſt, ſelon cet Aſtronome, de $1^{d}\ 22'\ 55''$ *(Meſ. de la Terre, art. X, p. 78).*

Mais le pavillon de *Malvoiſine*, qui a ſervi de Signal pour les Triangles, eſt, ſelon M. *Picard,* 19376 toiſes plus auſtral que Notre-Dame de *Paris (Meſ. de la Terre, art. VII, pages 57 & 58);* & le point où M. *Picard* obſerva l'étoile à *Malvoiſine (art. X, page 77),* étoit 18 toiſes plus auſtral que le pavillon. Donc 19394 toiſes au Sud de Notre-Dame de *Paris.*

A *Amiens,* au contraire, l'Egliſe eſt de 75 toiſes plus Nord que le lieu des obſervations de M. *Picard, (art. X, page 77).*

Il y a donc 75 toiſes à ajoûter, & 19394 toiſes à ôter; c'eſt-à-dire en total, 19319 toiſes à retrancher de la diſtance des deux obſervatoires de M. *Picard,* pour réduire ſon arc aux deux Cathédrales.

Or 19319 toiſes, ſuppoſant avec M. *Picard* le degré de 57060 toiſes, ſont équivalentes à $20'\ 19''$, donc l'amplitude apparente de l'arc, compris entre les parallèles des deux Cathédrales, doit être, ſuivant la manière de calculer de M. *Picard,* $1^{d}\ 2'\ 36''$; c'eſt-à-dire, de $7''$ plus grande que $1^{d}\ 2'\ 29''$, qui ſe déduit des obſervations des Académiciens du voyage du Nord.

Cet arc doit encore être augmenté, à cauſe des mouvemens apparens de l'étoile dans l'intervalle des obſervations,

faites aux deux extrémités de l'arc : il y a 8" ½ à y ajoûter pour l'aberration de la lumière, 1" ½ pour la préceſſion des Equinoxes, & autant pour la réfraction (*Meſ. du deg. au Cercle pol. chap. VIII, page 126*). Si donc M. *Picard* avoit fait ces corrections, il eût trouvé ſon arc plus grand de 11" ½ qu'il ne l'a conclu.

Donc l'amplitude de l'arc de M. *Picard* entre les Cathédrales de *Paris* & d'*Amiens*, corrigée par toutes les équations, eſt de . . . . $1^d\ 2'\ 47''\frac{1}{2}$.

Celle du même arc, par les obſervations des quatre Académiciens, ayant égard à la réfraction. 1 2 29.

Différence entre les deux amplitudes . . . 18 ½.

Quelque reconnues que ſoient l'habileté de M. *Picard*, & ſon exactitude dans les obſervations, elles ne peuvent balancer l'authenticité de la dernière détermination. Indépendamment des 11" ½ d'erreur que cauſe l'omiſſion des équations, on ſait que du temps de M. *Picard*, les inſtrumens d'Aſtronomie étoient beaucoup moins parfaits qu'ils ne le ſont depuis quelques années; d'ailleurs, nous ne voyons point qu'il ait vérifié les diviſions de celui qui lui ſervit à prendre les diſtances d'étoiles au zénith. Enfin, ſans entrer dans le détail de la critique qu'on pourroit faire de ſon Secteur, il eſt évident que le degré de préciſion qu'il comportoit ne peut être mis en parallèle avec la perfection du Secteur de M. *Graham*, qui, par la vérification faite de 15 en 15 minutes, dans le voyage au Cercle polaire (*chap. VII, page 120*), & par toutes les épreuves qui en ont été faites, ſurpaſſe tout ce qu'on a connu de plus parfait en ce genre.

Enfin le concours de quatre Obſervateurs habiles, la con-

formité de leurs obſervations, répétées ſur deux étoiles différentes à *Amiens* & à *Paris;* la preuve de fait qu'ils ont donnée, par l'inverſion de leur Secteur, à *Paris,* à *Amiens,* & derechef à *Paris* (*Deg. du Mérid. entre Paris & Amiens, chap. III, p. xxiv & ſuiv.*), que la ligne verticale n'étoit pas ſujette à varier dans cet inſtrument par le tranſport, comme dans les inſtrumens ordinaires : toutes ces circonſtances ne laiſſent aucun doute, que l'erreur dans l'obſervation aſtronomique ne ſoit toute entière du côté de M. *Picard.*

L'amplitude corrigée de M. *Picard,* plus grande de 18″$\frac{1}{2}$ que celle du même arc, déterminée par les quatre Académiciens, devroit produire une différence de 300 toiſes, entre les longueurs du même degré, meſuré en France par M. *Picard,* & par ces Meſſieurs. Si donc ils n'ont conclu le degré entre *Paris* & *Amiens,* que d'environ 120 toiſes plus long que M. *Picard,* en ne changeant rien à ſa meſure géodéſique (*Meſ. du deg. du Mérid. entre Paris & Amiens, ch. VIII, p. LIV*); ce n'eſt que l'omiſſion qu'il a faite de 11″$\frac{1}{2}$ d'équation, qui a heureuſement rapproché les deux déterminations. Cette omiſſion réduit une différence réelle de 18″$\frac{1}{2}$, entre les deux amplitudes, à une différence apparente de 7″, entre l'amplitude effectivement conclue par le calcul de M. *Picard,* & celle qui ſe déduit de l'obſervation des quatre Académiciens; mais ces 7″ ſuffiroient encore pour faire trouver la valeur du degré plus grande de 110 toiſes que M. *Picard* ne l'a jugée; ſi de nouvelles erreurs, dans les meſures trigonométriques qui ont ſervi à conclurre la diſtance de *Paris* à *Amiens,* n'avoient donné lieu à une nouvelle compenſation. Cet examen ſera le ſujet de l'article ſuivant.

ARTICLE XXIX.

Examen de la Baſe de M. Picard, *& de ſa meſure géodéſique de la diſtance de* Paris *à* Amiens.

L'ERREUR dans l'obſervation aſtronomique de M. *Picard,* avoit été reconnue & confirmée en 1739, ſans que l'on eût ſongé à former le moindre doute ſur la juſteſſe de ſa meſure trigonométrique, & moins encore ſur la meſure actuelle de la Baſe qui y ſervoit de fondement; c'eſt-à-dire, ſur la diſtance du moulin de *Villejuif* au pavillon de *Juviſy*, laquelle avoit été employée ſur le pied de 5663 toiſes. Ce ne fut qu'en 1740 qu'il fut queſtion de vérifier cette diſtance. M. *Caſſini*, aidé de M. l'Abbé de la *Caille*, la trouva alors plus courte que M. *Picard* ne l'avoit trouvée, de près de 6 toiſes; c'eſt-à-dire, d'environ une toiſe par mille: différence qui doit influer néceſſairement ſur toutes les diſtances conclues par cette Baſe. Cette erreur, ſi elle eſt réelle, ce que nous allons examiner, ne peut guère s'expliquer qu'en ſuppoſant que la Toiſe, qui avoit ſervi d'étalon à M. *Picard* dans la meſure de ſa Baſe, étoit trop courte d'environ $\frac{1}{1000}$ partie; c'eſt-à-dire, de près de $\frac{9}{10}$ de ligne: ce qui ne paroît pas aiſé à concilier avec ce qu'on lit dans le livre de la Meſure de la Terre de cet Auteur (*art. IV, page 15); mais de peur qu'il n'arrive à notre Toiſe, comme à toutes les meſures anciennes dont il ne nous reſte plus que le nom, nous l'attacherons à un original, lequel, étant tiré de la nature même, doit être invariable & univerſel.* M. *Picard* rapporte enſuite le détail de ſon expérience du Pendule, & conclut la

longueur du Pendule à ſecondes de 36 pouces 8 $\frac{1}{2}$ lignes de la Toiſe de *Paris*, en prenant le milieu entre les obſervations faites en hiver & en été, après avoir remarqué que la différence n'étoit que de la dixième partie d'une ligne.

Or cette longueur du Pendule de M. *Picard* diffère à peine de $\frac{1}{15}$ de ligne de celle qu'a trouvée M. de *Mairan*, qui l'a déterminée, avec le plus grand ſcrupule, de 36 pouces 8 $\frac{57}{100}$ ligne*; & la conformité entre ces deux réſultats eſt telle, que deux Obſervateurs, qui opéreroient en même temps dans le même lieu, & en ſuivant les mêmes procédés, n'oſeroient ſe flatter d'en rencontrer une plus grande; non ſeulement en faiſant une expérience auſſi délicate que celle dont il eſt ici queſtion, mais peut-être même dans la ſimple comparaiſon de deux meſures. Ceci poſé, on ne peut diſconvenir, à moins de ſe jeter dans les conjectures les plus haſardées, que la Toiſe, dont M. *Picard* a tiré ſa meſure du Pendule de 36 pouces 8 $\frac{1}{2}$ lignes, ne ſoit ſenſiblement la même que la Toiſe de M. de *Mairan*; & nous ſavons d'ailleurs que celle-ci a été faite par le même ouvrier, & ſur le même étalon que les deux Toiſes qui ont ſervi à la détermination du degré du Méridien *(Part. I, art. XXI, page 76)*; l'une ſous l'Équateur, & l'autre ſous le Cercle polaire.

* *Mém. de l'Acad 1735, page 203.*

D'un autre côté, ſi l'on conſidère que M. *Caſſini* a meſuré juſqu'à cinq fois, & en différens temps, la même Baſe, & qu'il l'a trouvée conſtamment de près de 6 toiſes plus courte que M. *Picard*; ſi on lit, ſans prévention, le détail hiſtorique de cette vérification dans le livre de la Méridienne de *Paris* vérifiée *(article I, & Diſcours prélim.)*, & ſi on pèſe toutes les circonſtances; on ſera obligé d'avouer, quelque diſpoſition qu'on

ait à tout révoquer en doute, qu'il n'eſt guère poſſible d'en former de raiſonnables, ſur l'exactitude de la nouvelle meſure.

M. *Picard* ſe propoſoit, comme il le dit dans l'endroit déjà cité de ſa Meſure de la Terre, *de laiſſer en dépôt à l'Obſervatoire royal la longueur de la Toiſe, & celle du Pendule à ſecondes, telle qu'il les avoit établies.* Si ce projet eût été exécuté, on auroit aujourd'hui, de la façon la plus évidente, le dénouement de la difficulté qui naît d'une part, de la conformité entre la meſure du Pendule par M. *Picard*, & celle de M. de *Mairan*, conformité qui ſuppoſe l'égalité des Toiſes qu'ils ont employées; & d'autre part, de la différence d'une toiſe ſur mille, entre la meſure actuelle d'une même diſtance, par M. *Picard* & par M. *Caſſini.*

En attendant que le temps nous donne ſur ce point quelque nouvelle lumière, ſi toutefois il eſt permis de l'eſpérer, voici ce qui me paroît le plus vrai-ſemblable.

La capacité & l'exactitude de M. *Picard* ne ſont conteſtées de perſonne: on ne peut, ſans lui faire injure, ſuppoſer qu'il n'ait pas diſcuté avec le ſoin qu'il apportoit à toutes ſes opérations, l'évaluation qu'il nous a laiſſée de la longueur du Pendule en pieds, pouces & lignes. Il n'a pas été dans le cas d'emprunter aucun ſecours étranger pour vérifier cette longueur, il a dû opérer ſeul dans cette expérience, qu'il a tant de fois réitérée: ainſi il n'auroit pû, en cette occaſion, ſe tromper que par une négligence coupable, ou par une malhabileté dont il n'eſt pas ſoupçonné. Il n'en eſt pas tout-à-fait de même de la longueur des perches de bois que M. *Picard* a employées pour la meſure de la Baſe: il eſt bien vrai qu'on ne peut douter qu'il n'ait apporté toute ſon attention à les faire bien ajuſter,

& à

& à les vérifier ſur la Toiſe de fer qui lui ſervoit de meſure originale; mais j'entrevois pluſieurs cauſes d'erreur, ſur leſquelles on étoit alors moins en garde qu'aujourd'hui, & qui peuvent lui avoir fait trouver ſa Baſe plus longue qu'elle ne l'eſt en effet. Quoique le chaud & le froid ne faſſent pas changer, du moins ſenſiblement, la longueur des meſures de bois, on n'ignore pas que la ſéchereſſe & l'humidité y produiſent des variations conſidérables, & il ſeroit très-poſſible que dans l'intervalle du temps où M. *Picard* ajuſta & vérifia ſes perches ſur l'étalon, & celui où il les appliqua ſur le terrein, elles ſe fuſſent deſſéchées & raccourcies ſenſiblement; mais voici quelque choſe de moins conjectural.

M. *Picard* nous apprend qu'il ſe ſervit de quatre bois de pique, chacun de deux toiſes, & qu'ils ſe joignoient à vis deux à deux, pour former des perches de quatre toiſes (*Meſ. de la Terre, art. III, page 13*). Je ſuppoſe, & on n'en peut douter, que chaque bois de pique, pris ſéparément, avoit la longueur préciſe que M. *Picard* avoit voulu leur donner; mais comme ces bois ſe joignoient à vis deux à deux, pour former des meſures de quatre toiſes, il eſt aſſez probable qu'en ſerrant la vis, les deux bois de pique, de 12 pieds chacun, & qui formoient une meſure de 24 pieds, ſe comprimoient mutuellement; & que la meſure totale en étoit accourcie. Peut-être trouvera-t-on à cela plus que de la probabilité, ſi l'on fait attention que la vis, qui joignoit les deux bois de pique, ſuppoſe une monture cylindrique de cuivre en forme de douille, dans laquelle entroit l'extrémité de ce bois, & ma conjecture à cet égard, s'eſt trouvée conforme à la vérité. J'ai appris que les perches de M. *Picard* ſe ſont conſervées long-temps à

l'Obſervatoire avec leurs montures, & qu'elles étoient en effet telles que je les ſuppoſe : or il eſt clair, que pour donner à la perche, garnie de ſa monture, la meſure exacte d'une toiſe, il falloit que le bois fût coupé plus court de quelques lignes que ſa juſte meſure; & ce bois, en ſe deſſéchant, étoit diſpoſé à entrer plus avant dans la douille au moindre effort; ce qui devoit néceſſairement raccourcir la meſure : & l'on ne peut nier que celui qu'il falloit faire pour ſerrer la vis qui joignoit les deux perches, ne fût très-propre à produire le même effet, auſſi bien que le moindre choc, à l'une des extrémités.

Enfin, M. *Picard* nous apprend, que les deux meſures ainſi ajuſtées, & de 4 toiſes chacune, ſe poſoient ſur le terrein bout à bout alternativement, circonſtance & manière d'opérer qui donnent lieu de juger, qu'en approchant une perche de l'autre pour les faire ſe toucher exactement, la dernière poſée pouvoit faire reculer imperceptiblement la première; ſur-tout ces perches étant rondes, légères, & très-propres à gliſſer ſur un pavé uni, tel que celui d'un grand chemin des environs de *Paris*.

Je remarquerai ici en paſſant, que c'eſt pour prévenir un ſemblable inconvénient, que nous avons toûjours employé dans nos meſures actuelles, trois perches au moins; en telle ſorte, que lorſqu'on en relevoit une, il en reſtoit au moins deux ſur le terrein : afin qu'en poſant la dernière, le petit choc, qui ſeul pouvoit nous aſſurer de ſon contact avec la précédente, ne pût faire reculer celle-ci; d'ailleurs cet accident étoit d'autant moins à craindre, que nos perches, longues de 15 ou de 20 pieds, & dreſſées d'équerre ſur leurs quatre faces, avoient un pouce & demi ſur deux pouces de gros; & qu'ainſi

elles étoient ſujettes à un grand frottement, lors même qu'elles n'étoient ſoûtenues que ſur deux appuis, & qu'elles ne portoient pas de toute leur longueur ſur le terrein où nous les appliquions immédiatement, quand cela étoit poſſible.

La manière d'opérer de M. *Caſſini* a dû pareillement le mettre à l'abri des cauſes d'erreur que je viens d'indiquer dans la meſure de M. *Picard*, leſquelles étant conſtantes, ont dû influer également ſur ſa première & ſur ſa ſeconde meſure. M. *Caſſini* a employé quatre Règles de fer *(Mérid. de Paris vérif. page 33 & ſuiv.)*, dont trois reſtoient toûjours poſées ſur le terrein : le frottement cauſé par leur poids, & leur réſiſtance, ne donnoit pas lieu de craindre qu'en les approchant avec précaution (ſur quoi M. *Caſſini* ne s'en rapportoit qu'à lui-même), la dernière poſée fît reculer les trois précédentes. Ces Règles étoient plates, & ne ſe joignoient point à vis comme celles de M. *Picard:* l'humidité ni la ſéchereſſe ne pouvoient altérer leur longueur; & quant aux variations cauſées par le plus ou le moins de chaleur, M. *Caſſini* opéroit le Thermomètre à la main, & les différences qu'il a trouvées, & qui n'ont jamais monté à 2 pieds ſur la longueur totale de la Baſe, ont répondu aux alongemens que les différens degrés de chaleur, indiqués par le Thermomètre, pouvoient avoir cauſés aux Règles de fer.

Enfin M. *Caſſini* a non ſeulement réitéré ſa meſure comme M. *Picard*, mais il l'a répétée juſqu'à cinq fois, en différens mois de l'année: ce n'eſt donc que forcé par l'évidence, que M. *Caſſini* a enfin abandonné une meſure qu'il avoit adoptée dans tous ſes calculs, & ſur laquelle il n'avoit jamais ſoupçonné d'erreur. Aucune préoccupation n'a pû lui faire illuſion

en cette rencontre; & si l'on pouvoit croire qu'il y en eût eu de sa part, il est clair qu'elle n'eût été qu'en faveur de la mesure de M. *Picard*. Le simple récit des faits suffira pour mettre cette vérité dans tout son jour.

Au mois de Juin 1739, M. *Cassini* de *Thury* & M. l'Abbé de la *Caille*, ayant vérifié les angles de l'ancienne Méridienne au Sud de *Paris*, jusqu'aux environs de *Bourges*, & formé plusieurs Triangles nouveaux, dont un côté, de 7200 toises, pouvoit être mesuré actuellement; ils le trouvèrent, par une mesure actuelle répétée deux fois sans un pouce de différence, de 7 toises plus court qu'ils ne l'avoient conclu par le calcul des Triangles, en partant de la longueur supposée à la Base de M. *Picard* (*Mérid. de Paris vérif. page 65*). Ce manque d'accord, loin d'inspirer aucune défiance aux deux Observateurs sur la justesse de la mesure de cette Base, ne leur en fit naître que sur l'exactitude de leurs propres opérations. Au mois de Novembre suivant, la Base de *Bourges* fut mesurée une troisième fois par M. l'Abbé de la *Caille*, avec de nouvelles perches, & une nouvelle manière de procéder toute différente des précédentes; & il trouva précisément la même longueur que les deux premières fois (*Mérid. vérif. ibid.*). Au mois de Mars 1740, il entreprit de recommencer la mesure de ses angles, sur laquelle tomboient tous les soupçons; il forma une nouvelle Suite de Triangles, observa tous les angles, & retrouva la même conclusion.

Alors on commença à soupçonner la Base de M. *Picard*; & au mois de Juin 1740, M. *Cassini* de *Thury* étant parti pour continuer la Carte de la Méridienne en Flandre, M. *Cassini* le père, & M. de la *Caille*, mesurèrent deux fois une distance

de 5729 toises presque dans l'alignement de M. *Picard;* & par trois Triangles formés sur cette mesure, ils conclurrent la distance du clocher de *Brie-Comte-Robert* à la Tour de *Montlhery,* plus petite d'une toise par mille qu'on ne la concluoit par la Base de M. *Picard,* à laquelle la nouvelle fut aussi rapportée immédiatement; cependant ce ne fut qu'après en avoir répété la mesure une troisième fois, que M. *Cassini* fit ce rapport à l'Académie. Mais n'étant pas encore pleinement convaincu lui-même d'un fait si extraordinaire, il recommença une quatrième fois son opération, au mois d'Août de la même année; & retrouvant toûjours le même nombre, il demanda à l'Académie des Commissaires, pour être témoins d'une cinquième mesure. Trois des Académiciens qui avoient fait le voyage du Nord, furent nommés pour y assister, & en rendre compte à la Compagnie. Cette nouvelle mesure se trouva conforme aux quatre précédentes; c'est-à-dire, de 5657 toises, au lieu de 5663, en la rapportant aux termes de M. *Picard (Mérid. de Paris, vérif. p. 37).* Enfin trois autres Bases mesurées depuis, en Picardie, en Flandre, & en Auvergne, & liées aux Triangles de la Méridienne, ne s'accordent qu'aux calculs faits sur le premier nombre: je laisse maintenant au Lecteur à juger de quel côté est l'erreur.

Si on balançoit encore à se déterminer, voici un dernier fait, qui me paroît suffire pour décider la question. Le registre original de M. *Picard,* ayant été retrouvé en 1743, trois ans après la vérification de la Base de *Villejuif;* on peut y voir encore aujourd'hui cottées de sa main, les longueurs de plusieurs portions de sa Base, comprises entre divers points qu'il désigne: telles qu'il les avoit trouvées en allant, & ensuite en revenant.

De ces points, il y en a quatre qui ſont encore reconnoiſſables, & dont les diſtances ont toutes été trouvées plus petites que par M. *Picard,* & toûjours dans la même proportion *(Mérid. de Paris vérif. page 38).* En vain entreprendroit-on de jeter quelques doutes ſur ce que les termes extrêmes de l'ancienne Baſe; ſavoir, le centre du moulin de bois de *Villejuif,* & le coin du pavillon de *Juviſy,* n'ont pas été reconnus avec aſſez d'évidence, malgré la recherche ſcrupuleuſe qui en a été faite; on n'en pourroit encore rien conclurre en faveur de M. *Picard:* car ſuppoſant qu'en effet il ne reſtât plus le moindre veſtige des deux termes de la Baſe, il n'en ſera pas moins vrai, que la diſtance de la Tour de *Montlhery* au clocher de *Brie,* conclue par de nouveaux Triangles formés ſur la nouvelle Baſe, priſe preſque ſur l'ancien alignement, s'eſt trouvée de 13108^t,32, au lieu de 13121^t,60 qu'avoit trouvé M. *Picard* par ſon calcul *(ibid.),* avec une différence de 13^t,28 en moins; c'eſt-à-dire, proportionnelle à l'erreur reconnue ſur la Baſe; ce qui fournit, contre l'ancienne meſure, un nouvel argument ſans replique.

Quoique le livre *de la Méridienne de Paris vérifiée* ſoit entre les mains de tout le monde, & qu'on y voie le détail de la vérification de la Baſe de M. *Picard;* je n'avois pas laiſſé d'être frappé de la force de l'objection priſe de la conformité de la longueur du Pendule à ſecondes, trouvée par M. *Picard* & par M. de *Mairan.* J'ai donc voulu ſavoir à quoi m'en tenir ſur un point, dont les conſéquences ſont ſi importantes pour la queſtion de la figure de la Terre; & j'ai cru que ceux qui ne cherchent que la vérité, me ſauroient gré d'être entré dans cette diſcuſſion, en rapportant quelques faits qui

n'avoient pas encore été publiés, & qui ont contribué à éclaircir mes doutes : c'eſt à ceux à qui il en reſteroit encore à les diſſiper entièrement ; ſoit par la meſure actuelle de l'intervalle des deux termes de la dernière Baſe de M. *Caſſini*, tandis qu'ils ſubſiſtent avec évidence; ſoit en déterminant, par une nouvelle meſure, la diſtance entre la Tour de *Monthlery* & le clocher de *Brie*, ou un des autres côtés du Triangle que font ces deux mêmes points avec l'Obſervatoire, ou avec le clocher de *Montmartre*.

On a conſtruit en 1742 un Obéliſque de pierre, pour ſervir de Terme ſeptentrional à la dernière Baſe de M. *Caſſini* : il en reſte un à conſtruire à l'autre extrémité. On y marquera, ſans doute, la diſtance des deux Termes, & il eſt de l'intérêt de l'Académie de ne permettre pas qu'il reſte ſur cela le moindre prétexte de douter.

M. *Picard* ne peut s'être trompé ſur la meſure de ſa Baſe, ſans que toutes les diſtances qui s'en déduiſent ne ſe ſoient reſſenties de cette erreur; & puiſqu'elle monte à environ une toiſe d'excès par mille, il s'enſuit néceſſairement, que de ce ſeul chef, il a dû faire la diſtance des deux Cathédrales de *Paris* & d'*Amiens*, trop grande d'environ 60 toiſes, en la ſuppoſant de 59530 toiſes, comme on la conclud de ſes obſervations (*Meſ. du degré du Mérid. entre Paris & Amiens, chap. I, page v*).

Outre cela, on doit faire attention que M. *Picard*, comme il le dit lui-même, ſe trouva preſſé par le temps, & forma ſes derniers Triangles un peu à la hâte. *Nous euſſions bien voulu*, dit-il (*Meſ. de la Terre, art. VI, page 48*), *avoir aſſez de temps pour chercher dans les plaines du Santerre quelque point*

propre pour finir cette mesure par deux grands Triangles; mais la saison étoit déjà trop avancée, de sorte que nous fûmes obligés de nous contenter de ce qui se trouvoit aux environs de Sourdon, *où il falloit séjourner pour prendre la hauteur du Pole.* En effet, M. *Picard,* dans ses six derniers Triangles, n'a mesuré que deux angles; & ce qui tire fort à conséquence, il y en a parmi ceux qu'il n'a pas mesurés, quelques-uns de fort aigus, & opposés à de petits côtés qui servent de base, pour en conclurre de grands. Tel est l'angle à *Amiens,* entre *Sourdon* & l'arbre de *Moreuil,* qu'il a dû conclurre de 25^d 26′ 50″ *(Ibid. page 49).* Cet angle est opposé à un côté de 4822 toises, & il a servi à en conclurre un de 11161 toises.

Dans le Triangle formé par les clochers de *Coivrel, Mondidier* & *Sourdon,* l'angle à *Coivrel* n'a pas été observé; mais seulement conclu par les deux autres, dont l'un, de 115 degrés, n'a pû être observé avec un Quart-de-cercle que par deux opérations qui exigeoient des réductions, & elles n'ont pas été faites. Aussi l'angle à *Coivrel,* conclu par M. *Picard* de 37^d 8′ 0″ a-t-il été trouvé de 37^d 6′ 50″ par observation immédiate en 1740 *(Mérid. vérif. page 151).* M. *Picard* a donc dû conclurre la distance de *Sourdon* à *Mondidier,* & par conséquent la différence des deux Parallèles, plus grande que la vraie.

Enfin en dernier lieu, Mrs *Cassini* de *Thury* & de la *Caille,* par une nouvelle Suite de Triangles mieux disposés que ceux de M. *Picard,* de laquelle tous les angles ont été mesurés actuellement, & qui, dans la partie depuis *Clermont* en Beauvoisis jusqu'à *Amiens,* contient cinq Triangles presque équilatéraux *(Mérid. de Paris vérif. pl. X),* ont conclu la distance des Parallèles de *Coivrel* & d'*Amiens (pages 276 & 277),* moindre de 45 toises qu'elle

résulte des mesures de M. *Picard.* Dans cette erreur de 45 toises, est comprise celle d'une toise par mille, dont on a déjà tenu compte, & qui est d'environ 19 toises sur la distance des Parallèles de *Coivrel* & d'*Amiens.* Il reste donc seulement 26 toises, qu'il faut ajoûter aux 60 déjà comptées, & on aura 86 toises de différence entre les deux mesures. Il y a, sans doute, encore quelques autres erreurs du même sens, que ces Messieurs n'auroient pas manqué de déterminer, si les arbres de *Boulogne* & de *Moreuil* eussent subsisté dans le temps qu'ils ont vérifié la mesure de M. *Picard.*

Quoi qu'il en soit; par les nouvelles mesures de 1740, prises avec d'autant plus de scrupule, que M[rs] *Cassini* de *Thury* & de la *Caille* s'attendoient à voir leurs opérations vérifiées de nouveau l'année suivante, par les Académiciens qui avoient fait le voyage au Cercle polaire; suivant le projet qui en avoit été formé dans l'Académie: par ces mesures, dis-je, confirmées par deux Suites de Triangles qui donnent à peine une toise de différence sur 66610 toises *(Mérid. de Paris vérif. pages 55 & 57),* la distance de *Paris* à *Amiens* a été trouvée plus petite de 96 toises *(Ibid. p. 51)* que celle qui se déduit des mesures de M. *Picard;* & c'est cette nouvelle erreur sur la mesure géodésique, qui par un hasard singulier, donne lieu à une nouvelle compensation si heureuse, que par le dernier résultat de M. *Picard,* son degré du Méridien ne diffère que de $14\frac{1}{2}$ tois. de celui qui a été déterminé par les nouvelles mesures astronomiques & géométriques en 1739 & 1740.

En effet M. *Picard* ayant, par un calcul défectueux, conclu l'amplitude de son Arc (que nous avons réduit aux Parallèles des deux Cathédrales de *Paris* & d'*Amiens),* trop

grande de 7″ *(art. XXVIII page 245)*; & ayant d'autre part trouvé la diſtance des deux Égliſes trop longue de 96 toiſes, équivalentes à 6 ſecondes, il n'a dû trouver ſon degré trop court que de la valeur d'une ſeconde : auſſi l'a-t-il fixé à 57060 toiſes, le même, à $14\frac{1}{2}$ toiſes près, que celui qui a été déterminé de $57074\frac{1}{2}$ toiſes par les obſervations aſtronomiques de Mrs *Maupertuis*, *Clairaut*, *Camus* & le *Monnier*, & les opérations trigonométriques de M^rs^ *Caſſini* de *Thury* & de la *Caille* *(Mérid. de Paris vérif. page 50. Voy. la Note)*.

ARTICLE XXX.

Des divers rapports des axes du Sphéroïde terreſtre, tirés de la comparaiſon des divers degrés meſurés.

L'INÉGALITÉ des degrés du Méridien, & leur accroiſſement de l'Equateur au Pole, étant conſtatés par les meſures actuelles, & les diverſes théories s'accordant juſqu'ici à donner à la Terre une figure elliptique; voyons dans cette hypothèſe, ce qu'on peut tirer des différentes comparaiſons des degrés du Méridien, pour en conclurre le rapport des axes de la Terre.

M. de *Maupertuis*, dans le livre de *la Figure de la Terre déterminée*, & dans les *Mémoires de l'Académie* de 1737, a donné une formule ſimple & commode, pour conclurre par la ſimple meſure de deux petits arcs du Méridien, le rapport des deux axes de la Terre, ſuppoſée elliptique. L'élégance de la ſolution de M. de *Maupertuis* diſpenſe de chercher une autre méthode pour réſoudre le même problème.

Soient F & E les longueurs données de deux petits arcs

égaux du Méridien, par exemple, chacun d'un degré; ſoient s & $ſ$ les ſinus des latitudes moyennes de ces deux arcs; la formule générale, dans laquelle D repréſente la différence des deux axes, eſt $D = \frac{E-F}{3(Eſſ - Fss)}$. Et dans le cas où l'un des deux arcs meſurés eſt très-voiſin de l'Equateur, la formule devient encore plus ſimple, elle ſe réduit alors à $D = \frac{E-F}{3Eſſ}$. C'eſt la ſeule dont nous avons beſoin, pour comparer les degrés meſurés au Pérou, en France & en Lapponie.

Si dans cette dernière formule on fait $F = 56750$ toiſes, c'eſt-à-dire, la valeur que j'ai attribuée au premier degré de latitude; & ſi on ſuppoſe que $E = 57075$ toiſes, priſes pour la longueur du degré du Méridien entre *Paris* & *Amiens*, en corrigeant l'arc & la diſtance *(Voy. art. XXVII. p. 240)*, & en ſuppoſant que le Parallèle de $49^d\ 23'$ partage ce degré en deux également; on trouvera la différence des deux axes de $\frac{1}{303,6}$; c'eſt-à-dire, que le diamètre de l'Equateur étant ſuppoſé de près de 304 parties, l'axe en aura un peu plus de 303.

La différence des deux degrés meſurés eſt de 325 toiſes dans la ſuppoſition précédente : ſi on la réduit à 310 toiſes, ſoit en donnant, avec M. *Picard*, 15 toiſes de moins au degré de France, tel que M. *Picard* & M. *Caſſini* l'avoient autrefois déterminé; ſoit en augmentant de 15 toiſes le premier degré de latitude, ce qui eſt, à très-peu près, conforme à la détermination de M^rs^ les Officiers Eſpagnols, nos Compagnons de voyage *; la différence des axes, au lieu d'être

* Ces Meſſieurs fixent la longueur du premier degré de latitude à 56768 toiſes *(Obſerv. aſtr. y phyſ. Madrid, 1749, chap. V, page 295)*.

de $\frac{1}{303}$, ſera de $\frac{1}{318}$; c'eſt-à-dire, que le numérateur de la fraction, qui exprime le rapport des axes, croîtra d'autant d'unités, qu'on aura retranché de toiſes de la différence des deux degrés.

A quelque degré de France qu'on compare le premier degré de latitude, on trouvera toûjours, à peu près, le même rapport des axes. Si, par exemple, au lieu de choiſir le 49^d 23', on aimoit mieux prendre le degré moyen entre les huit degrés un tiers, meſurés en France, lequel, ſuivant les nouvelles meſures, eſt de 57050 toiſes (*Mérid. de Paris vérif. page 114*), & répond au Parallèle de 46^d 43', la différence de ce nombre à 56750 toiſes, valeur que j'aſſigne au premier degré de latitude, ſeroit préciſément de 300 toiſes, & on trouveroit la différence des axes $\frac{1}{302,3}$, au lieu de $\frac{1}{303,6}$.

Maintenant ſi c'eſt au degré du Méridien, meſuré en Lapponie par les Académiciens envoyés au Cercle polaire, que je compare mon premier degré de latitude de 56750 toiſes, ſuppoſant que le degré du Nord eſt de 57438 toiſes, & qu'il eſt partagé en deux parties égales par le Parallèle de 66^d 20', ſenſiblement le même que le Cercle polaire; je trouve que les axes diffèrent dans leur longueur de $\frac{1}{210}$: & ſi ayant égard à la réfraction, qui a dû diminuer d'environ une ſeconde l'amplitude de l'arc meſuré en Lapponie, on fait ce degré plus court de 16 toiſes, ou de 57422 toiſes, la différence des axes ſera alors de $\frac{1}{215}$: de même que ſi, ſans rien changer au degré de Lapponie, on augmentoit le degré voiſin de l'Equateur de 16 toiſes, ou ſi l'on ſubſtituoit au mien celui de M^{rs} les Officiers Eſpagnols.

Quant au rapport des axes de 177 à 178 toiſes, conclu

par M. de *Maupertuis (Mes. du deg. entre Paris & Amiens, p. v & vi)*, par la comparaison du degré du Méridien de *Torneå* à celui qu'il a aussi mesuré en France, entre *Paris* & *Amiens*, avec Mrs *Clairaut*, *Camus* & le *Monnier*; c'étoit en supposant celui-ci de 57183 toises, tel qu'il résultoit de la nouvelle amplitude comparée à l'ancienne distance, en tirant celle-ci des mesures trigonométriques de M. *Picard.* Mais si on réforme cette distance *(Voy. art. précéd.)*, & si l'on compare le nouveau degré qui en résulte de 57075 toises, à celui qui coupe le Cercle polaire, après l'avoir réduit à cause de la réfraction, à 57422 toises; on trouvera la différence des axes de $\frac{1}{132}$; & on la trouveroit de $\frac{1}{145}$, si on employoit le degré moyen de France de 57050 toises, traversé par le Parallèle de $46^d\ 43'$.

Enfin on peut voir dans le livre de *la Mérid. de Paris vérif. page 114*, que le degré de longitude, mesuré en France sous le Parallèle de $43^d\ 32'$, & comparé au degré de latitude correspondant, pareillement mesuré, donne la différence des axes de $\frac{1}{169}$.

Je ne parle point des autres rapports, trouvés par les degrés du Méridien mesurés en France, & comparés l'un à l'autre *(Ibid.)*; ces degrés étant trop voisins & trop peu différens, pour qu'on puisse tirer des conséquences assez sûres de leur comparaison. Il suffit des résultats précédens, pour prouver combien de variété il se trouve entre les rapports des axes terrestres, conclus en comparant les longueurs des degrés mesurés à de grandes distances. Nous venons de voir que ce rapport varie depuis $\frac{1}{132}$ jusques à $\frac{1}{303}$. M. *Newton*, par sa théorie, fixoit l'inégalité des axes à $\frac{1}{230}$.

Suivant un Theorème du même Auteur *(Phil. nat.*

Princip. math. Lib. III, prop. XX), & dont on doit la première démonſtration à M. de *Maupertuis*, les degrés du Méridien doivent croître de l'Equateur au Pole, à très-peu près, comme les quarrés des ſinus des latitudes; mais ni les meſures actuelles des degrés, ni les expériences de la longueur du Pendule ſous différens Parallèles, ne peuvent ſe plier à cette loi.

Mémoires de l'Acad. 1735, page 98.

M. *Bouguer* a trouvé que les quatre meſures que nous avons des degrés terreſtres, ſavoir; celles des degrés du Méridien, à *Paris*, à *Torneå* & à *Quito*, & celle du Parallèle du $43\frac{1}{2}$ degré en France, ne s'éloignent pas du rapport des quatrièmes puiſſances des ſinus de latitude. Mais n'y a-t-il pas lieu de craindre que la meſure d'un nouveau degré, que j'oſe prévoir que nous aurons bien-tôt & de bonne main, ne nous oblige à chercher un nouveau rapport, qui ne conviendroit peut-être pas mieux aux différences obſervées entre les longueurs du Pendule à différentes latitudes.

Mémoires de l'Acad. 1744, page 297.

ARTICLE XXXI.

Concluſion.

DEUX grands hommes du ſiècle paſſé ont donné naiſſance à l'opinion de la Terre aplatie vers les Poles. *Huygens*, par la ſeule théorie des forces centrifuges, de laquelle il eſt l'inventeur, *Newton*, par des conſéquences tirées de la même théorie, & de celle de ſon ſyſtème de la Gravitation univerſelle, devenu aujourd'hui la clef de toute la Phyſique céleſte, ont établi l'un & l'autre, que la Terre eſt un Sphéroïde, dans lequel l'axe de rotation eſt plus court que le

diamètre de l'Equateur. Les expériences de la longueur du Pendule à ſecondes à différentes latitudes, ſont autant de preuves de fait de cette conſéquence, commune aux deux ſyſtèmes. Les trois meſures des degrés du Méridien ſous les trois zones, confirmées par celle de deux degrés de longitude en France, ne permettent plus d'en douter; & cette vérité ſi long-temps conteſtée, eſt aujourd'hui univerſellement reconnue.

Mais autant la théorie, & les meſures actuelles, s'accordent à faire de la Terre un ſphéroïde aplati vers les Poles, autant, comme on vient de le voir, diffèrent-elles ſur la quantité de ſon aplatiſſement. Pour les concilier, on eſt obligé d'avoir recours à diverſes ſuppoſitions; ſur l'hétérogénéité des parties de la maſſe terreſtre, ſur les diverſes denſités, épaiſſeurs & figures des couches dont elle peut être compoſée, ou dont pourroit être pêtri un noyau, qu'on ſuppoſeroit dans ſon intérieur : en un mot, ſur les différentes combinaiſons des parties ſolides & liquides, dont l'aſſemblage total forme la Terre. Tout ceci ouvre un vaſte champ aux ſpéculations les plus profondes, & offre le ſujet d'un grand nombre de problèmes, ſur leſquels nos plus grands Géomètres* ſe ſont exercés. Trop à l'étroit dans l'enceinte du Monde phyſique, ils aiment à prendre l'eſſor dans la ſphère des poſſibilités : le réel & l'intelligible ſont également ſoûmis aux démonſtrations mathématiques.

Avouons que juſqu'ici les hypothèſes, propoſées ſur la figure

* Figure des aſtres, par M. de *Maupertuis.* Théorie de la figure de la Terre, par M. *Clairaut.* Préceſſion des Equinoxes, par M. *Dalembert, Ch. IX.* Voy. auſſi dans les Recueils de l'Académie divers Mémoires de M. de *Mairan*, de M. *Bouguer*, & des Auteurs précédemment nommés.

de la Terre, ſont, ou purement géométriques, ou abſolument gratuites, ou font trop de violence aux obſervations, en cherchant à les accorder. D'ailleurs, toutes ces hypothèſes ont pour baſe commune la parfaite reſſemblance, & l'uniformité de la courbure des Méridiens: elles ſuppoſent, je le répète, 1° Que tous les Méridiens ſe reſſemblent: 2° Que leur courbure augmente ou diminue ſuivant une loi uniforme & régulière *(a)*; or il eſt certain que ces ſuppoſitions ne ſont au plus que probables: car qui nous aſſure que les parties internes de la maſſe terreſtre ſont aſſez homogènes, pour qu'on puiſſe tirer cette conſéquence *(b)*! Les parties hétérogènes, au contraire, ne paroiſſent-elles pas inégalement, & irrégulièrement diſtribuées à toutes les profondeurs connues? Je ne prétens pas pour cela que la Terre ſoit une maſſe informe, bizarrement & groſſièrement irrégulière; ſuppoſition auſſi contraire à toutes les obſervations qu'à toutes les théories; mais rien ne nous prouve juſqu'à préſent, que l'accourciſſement ſucceſſif du rayon de la Terre, de l'Equateur au Pole, au lieu de procéder uniformément, comme dans toute eſpèce d'ellipſe, ne ſoit pas ſujet, par mille cauſes phyſiques, à diverſes anomalies ſous différens

(a) Ceci étoit écrit long-temps avant que j'euſſe lû ce que M. de *Buffon* a dit ſur cette matière dans ſon ingénieux Syſtème de la formation des Planètes, *Hiſt. natur. Tom. I, page 165*. J'y ai vû avec plaiſir que nous ſommes de même avis, quant à l'irrégularité poſſible de la courbure du Méridien.

(b) La ligne verticale pourroit changer d'un lieu à l'autre, par la même cauſe à laquelle M. *Newton* attribue en partie les différences irrégulières dans les expériences du Pendule: *& hæc diſcrepantia partim à diſſimilitudine partium internarum terræ . . . . . oriri potuit.* Phil. Nat. Princ. mathem. *Tit. III, prop. XX.* Voy. le ſavant Commentaire des RR. PP. le *Sueur* & *Jacquier.*

Méridiens;

Méridiens ; & ſous le même Méridien, à des inégalités qui interromproient l'uniformité de ſa courbure. Enfin quelque vrai-ſemblance qu'on veuille prêter à la ſuppoſition d'une courbure uniforme, & ſemblable dans tous les Méridiens, cette opinion a-t-elle plus de vrai-ſemblance que n'en avoit celle de la ſphéricité de la Terre il y a un ſiècle; & depuis le moment où l'on a commencé à philoſopher, juſqu'au temps de M. *Huygens*, qui a le premier combattu ce préjugé philoſophique avec des armes victorieuſes?

La circularité apparente de l'ombre de la Terre dans les éclipſes de Lune; les mêmes hauteurs du Pole, obſervées après avoir parcouru des diſtances égales, en partant d'une même latitude ſous différens Méridiens; les règles de la navigation, qui dirigent d'autant plus ſûrement un vaiſſeau, qu'elles ſont plus ſûrement pratiquées, ſont les plus fortes preuves, & peut-être les ſeules qu'on puiſſe alléguer contre le doute que j'oſe ici propoſer; mais ſans m'arrêter à affoiblir chacun de ces argumens en particulier & d'autres ſemblables, je demande ſeulement s'ils ont plus de force pour prouver l'uniformité & l'égalité de la courbure de la Terre, qu'ils n'en avoient pour prouver ſon exacte ſphéricité : or l'opinion ſi ancienne & ſi univerſelle de cette exacte ſphéricité eſt reconnue aujourd'hui pour une erreur dont il ſeroit bien difficile de pouvoir douter : nous en ſommes à peine ſortis, craignons de tomber dans une autre, en donnant trop à la conjecture. Avant que de décider que la Terre eſt un ſolide de circonvolution, attendons du moins que l'égalité de la longueur du Pendule à ſecondes, ſous la même latitude, ſoit confirmée par des expériences qui n'ont pas encore été faites; attendons que l'accroiſſement régulier des

degrés ſoit prouvé par des meſures qui n'ont pas été priſes ſous le même Méridien à de grandes diſtances*, pour prononcer que la courbe du Méridien n'a point d'irrégularité ; contentons-nous aujourd'hui de croire que la Terre a une moindre courbure vers les Poles que vers l'Equateur, puiſque le raiſonnement & toutes les meſures actuelles concourrent juſqu'ici à le prouver; mais laiſſons au temps, & aux obſervations multipliées, à décider de l'uniformité de cette courbure, ainſi que de ſa quantité.

* Les meſures des degrés en Lapponie, en France, & en Amérique, ſont fort éloignées d'être ſous le même Méridien, & il n'y a pas deux expériences du Pendule faites ſous le même Parallèle à différentes longitudes.

FIN.

TABLE DES MATIERES

Contenues dans la Mesure des trois premiers degrés du Méridien.

A

B

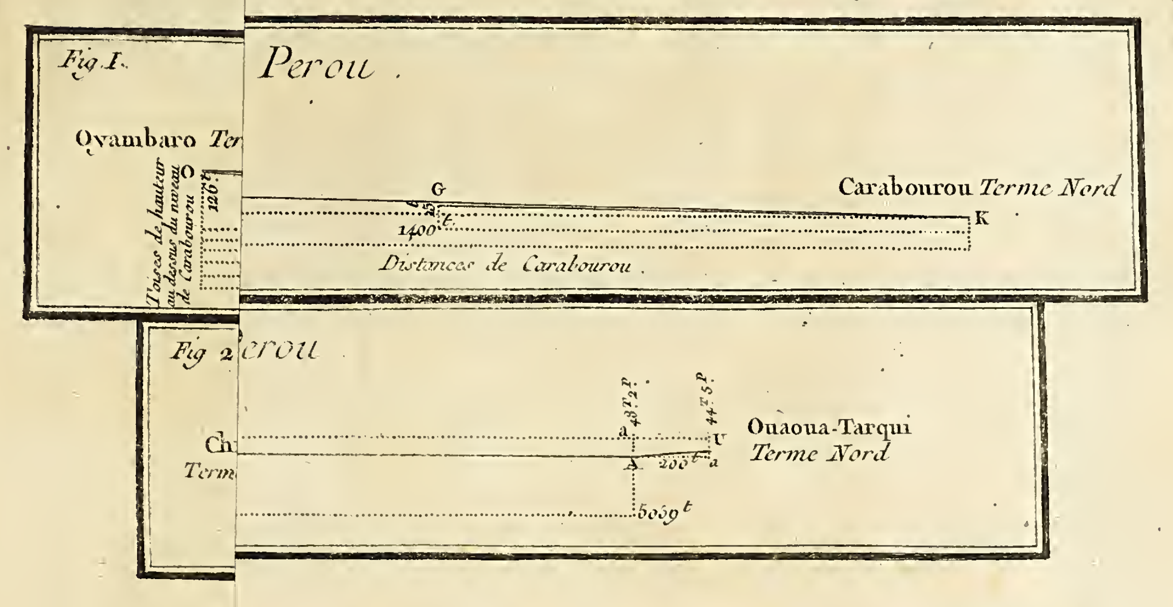
F

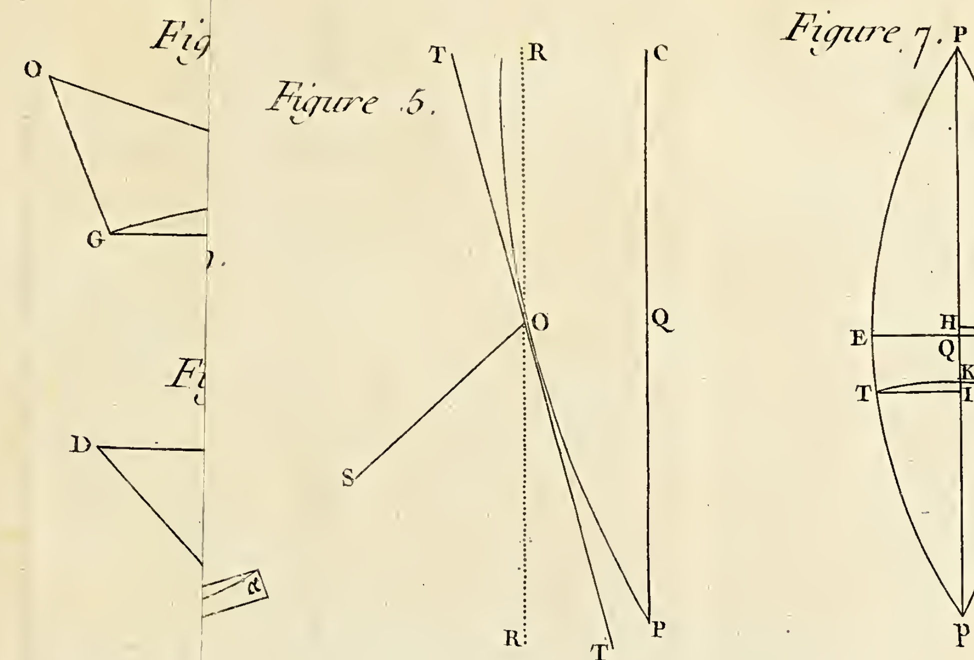
G

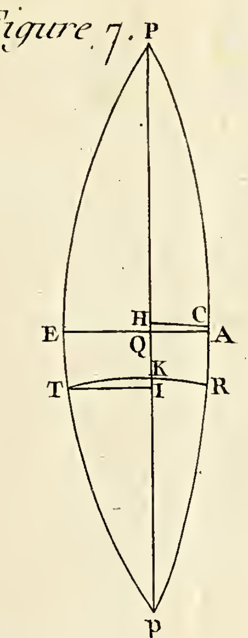
H

S

Fin de la Table des Matières.


Fig. I.
Perou.
Oyambaro Ter
Toises de hauteur au dessus du niveau de Carabourou
Carabourou Terme Nord
G
K
1400
Distances de Carabourou.
Fig 2
Ch
Term
Ouaoua-Tarqui
Terme Nord
5069


Figure 5.
T
R
C
O
Q
S
R
T
P
O
G
D


Figure 7.
P
H
C
E
Q
A
K
T
I
R
p

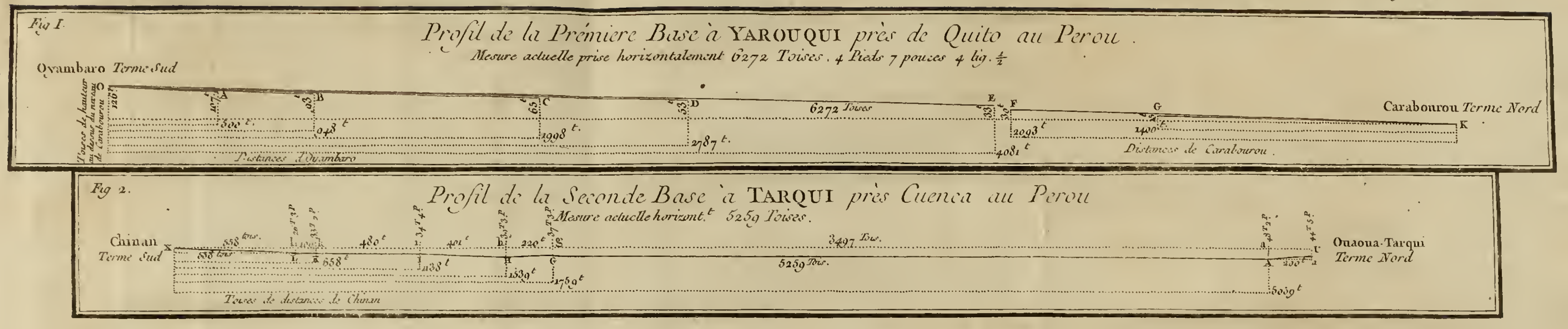


Figure. 3.

Figure. 4.

Figure. 5.

Figure. 6.

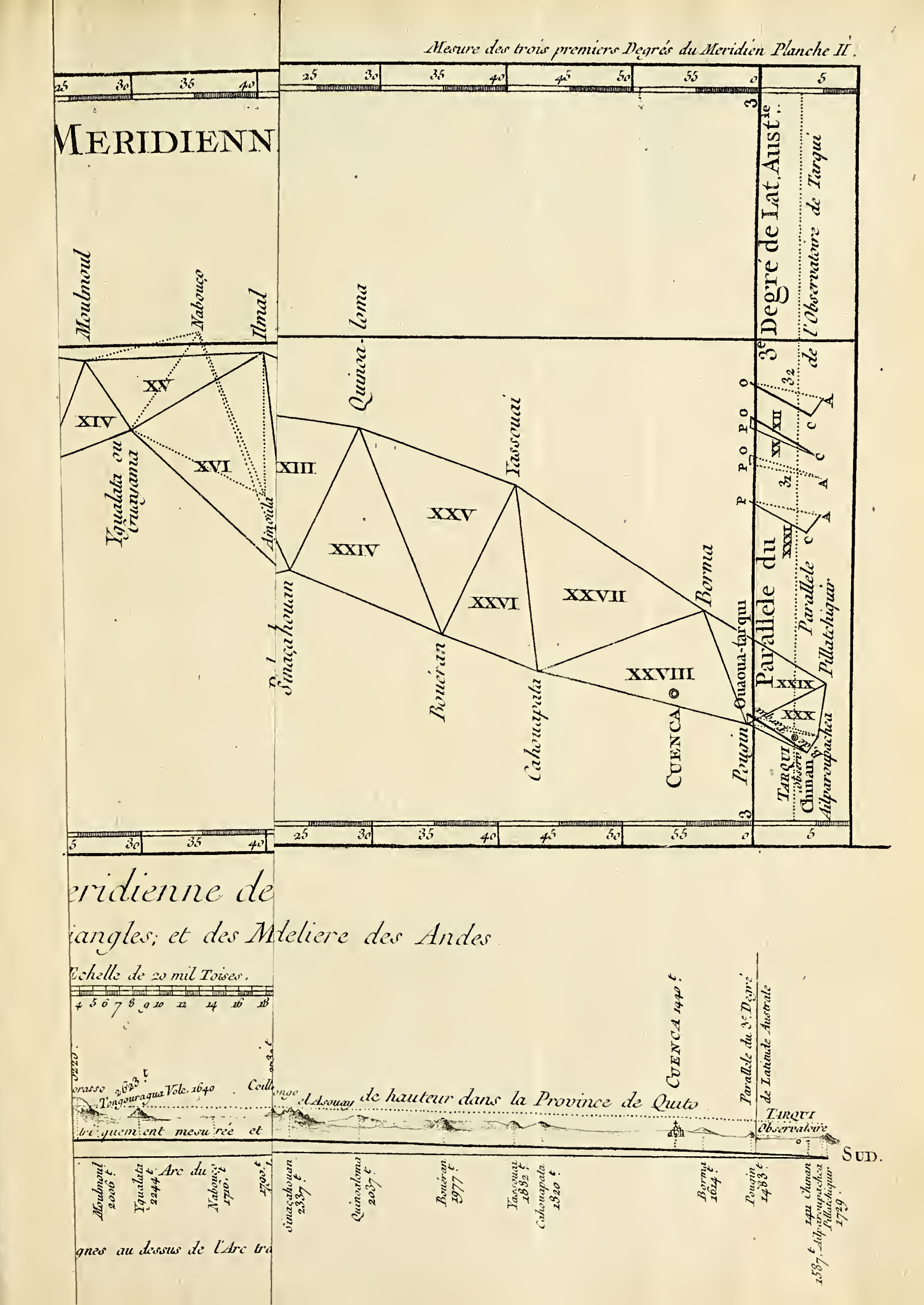
MERIDIENNE DE QUITO

Figure 7.

Figure 8.

Figure 9.

Figure 10.


MERIDIENN
Moulmoul
Nabouço
Ilmal
XIV
XV
XVI
Yguālata ou Cruayama
Amoula
XIII
Quinoa-loma
Yassouai
XXIV
XXV
XXVI
XXVII
XXVIII
Sinaçahouan
Boueran
Cahouapata
CUENCA
Borma
Pougin
Ouaoua-tarqui
XXIX
XXX
Pillatchiquir
Ailparoupachca
TARQUI
Chinan
3e Degré de Lat. Aust.le
Parallele du
Parallele de l'Observatoire de Tarqui
eridienne de
iangles; et des Mdeliere des Andes
Echelle de 20 mil Toises.
Tongouragua Volc. 1640
Coll
el Asouay
de hauteur dans la Province de Quito
CUENCA 1440 t.
Parallele du 3e Degré de Latitude Australe
TARQUI Observatoire
tri quem ent mesu rée et
Arc du
SUD.
Moulmoul 2006 t.
Yguālata 2244 t.
Nabouço 1710 t.
Sinaçahouan 2337 t.
Quinoaloma 2037 t.
Boueran 1977 t.
Yassouai 1832 t.
Cahouapata 1820 t.
Borma 1614 t.
Pougin 1483 t.
1441 Chinan
1587 t. Ailparoupachca
Pillatchiquir 1729.
gnes au dessus de l'Arc tra

CARTE DE LA MERIDIENNE DE QUITO

Ligne Equinoctiale

Parallele de l'Observatoire de Cotchesqui

Perpendiculaire à la Merid.ne de Quito

Parallele du 1.er Degré de Latitude Australe

Parallele du 2.e Degré de Latitude Australe

Parallele du 3.e Degré de Lat. Aust.le

Parallele de l'Observatoire de Tarqui

Cotchesqui Observatoire, Tanlagua, Pambamarca, Carabourou, Oyambaro, Pitchintcha, Quito, Schangailli, Guamani, Pouca Ouacou sur Kolopaxi, Papa Ourcou, Coraçon, Milin, Ouangotasin, Tacunga, Tchoulapou, Hivicatsou, Moulmoul, Chitchichoco, Ygualata ou Guayama, Nabouço, Ilmal, Amoula, Riobamba, Dolombos ou Sicapongo, Zagroum, Lalanguço, Senegualap, Chouiay, Sachatian-loma, Sinaçahouan, Quinoa-loma, Yasouai, Bouërán, Cahouapata, Borma, Cuenca, Pougin, Tarqui, Chinan, Allpachaca, Pillatchiquir

Coupe du Terrein de la Meridienne de Quito suivant sa Longueur

Profil de la Hauteur des Signaux qui ont servi aux Triangles, et des Montagnes les plus remarquables de la Cordeliere des Andes

Echelle de 20 mil Toises.

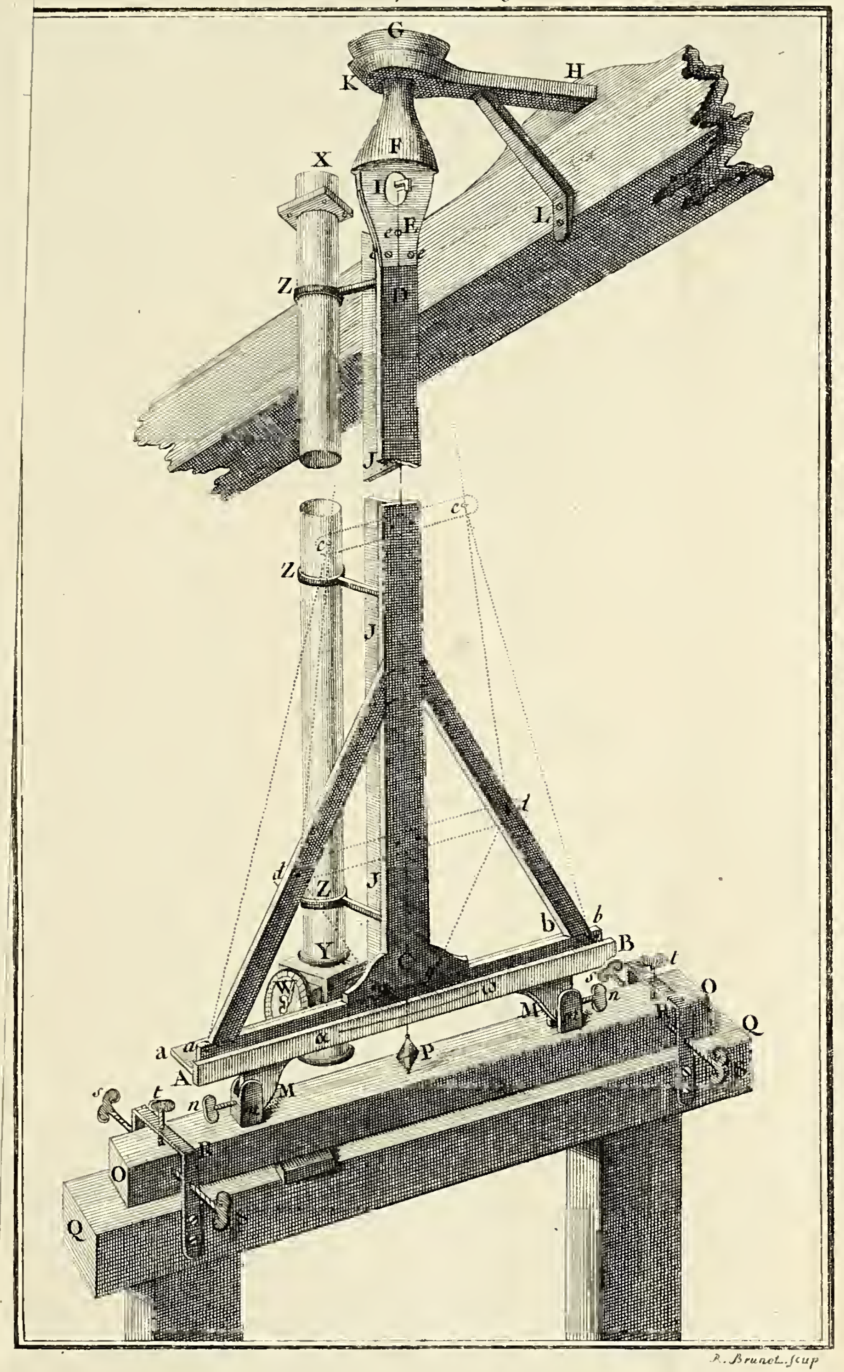
Fig I.

Cotchesqui Observat. — Nord — Ligne de Niveau du terme inferieur de la Neige permanente à 2440 Toises de hauteur dans la Province de Quito — Tarqui Observatoire — Sud.

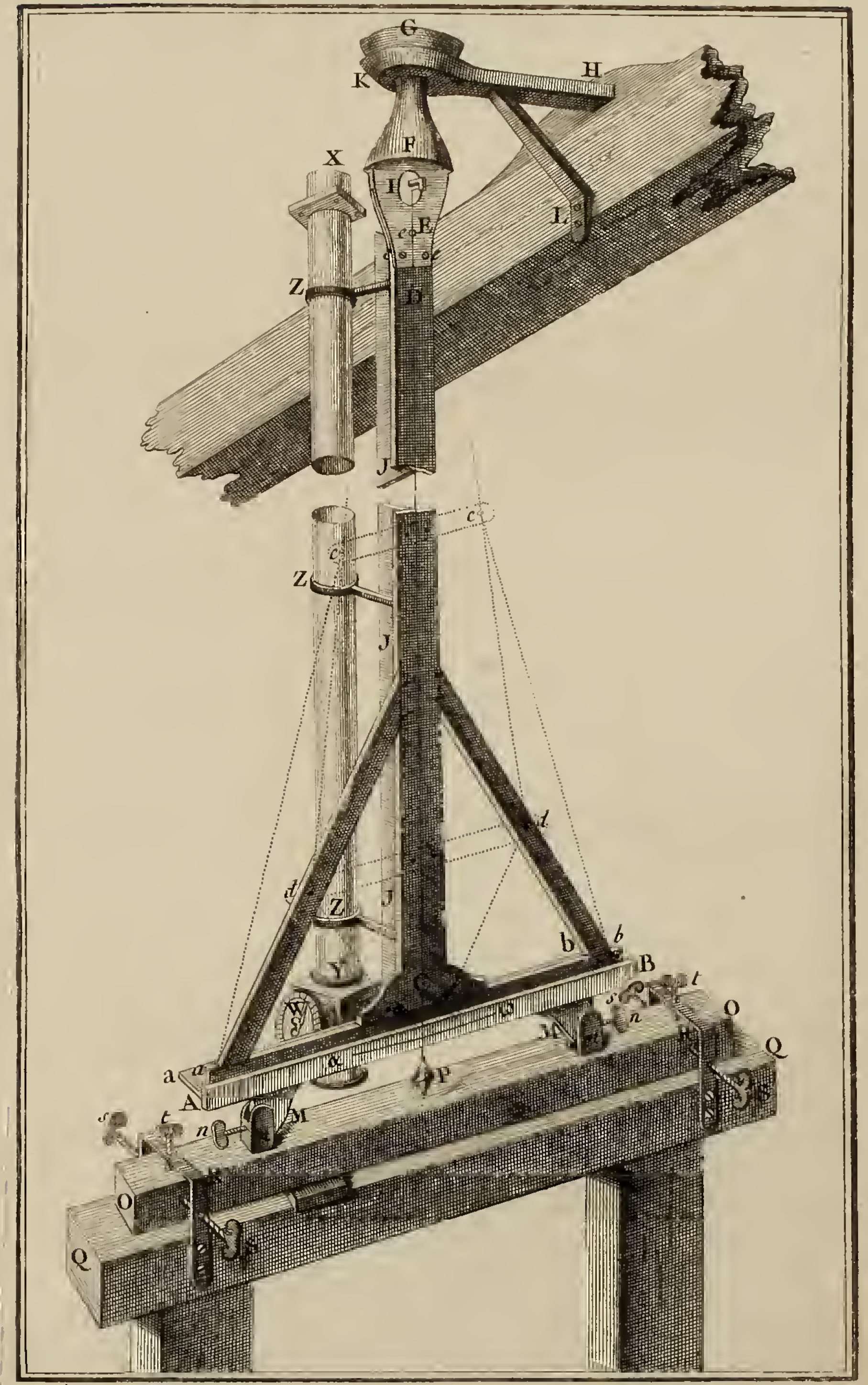
Arc du Meridien de 3.d 7' dont la longueur géometriquement mesurée et reduite au Niveau de la Mer est de 176950 Toises.

Corde du mesme Arc de 3 Degrez 7 min.

Pour éviter la confusion l'on a mis le Nom des Montagnes au dessus de l'Arc tracé et les noms des Signaux de la Meridienne au dessous.



R. Brunet. sculp.



P. Brunet Sculp

Complete
1958





